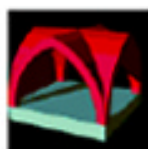
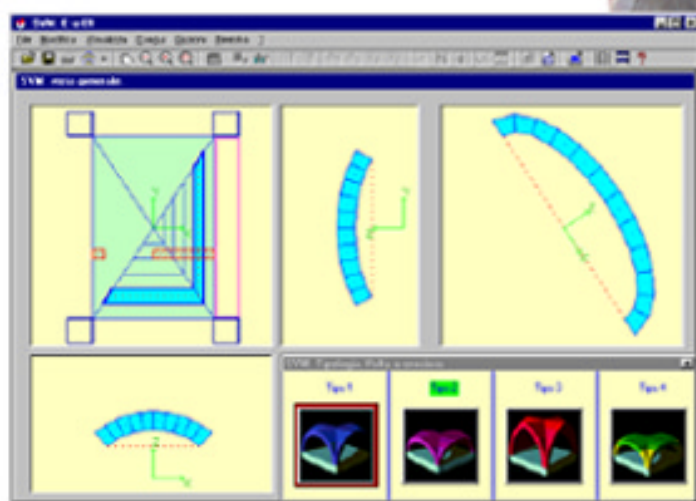
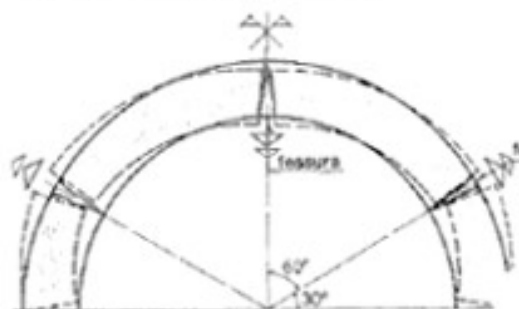




**SVM 2004**

dalla  
Ricerca  
Scientifica  
alla  
Tecnica  
Applicata

**AEDES Software**



**Sistemi Voltati  
in  
Muratura**



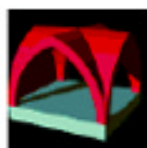
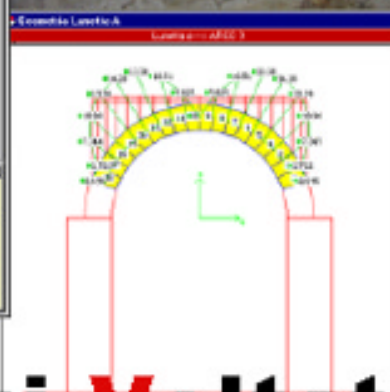
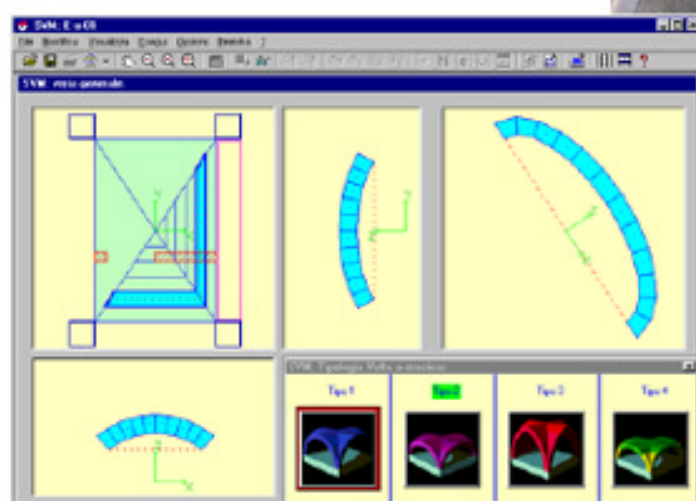
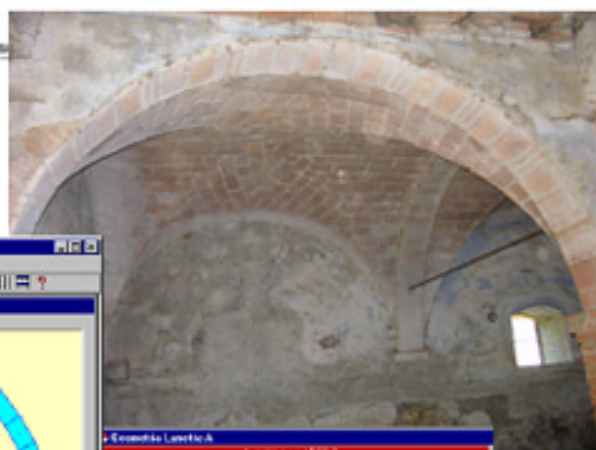
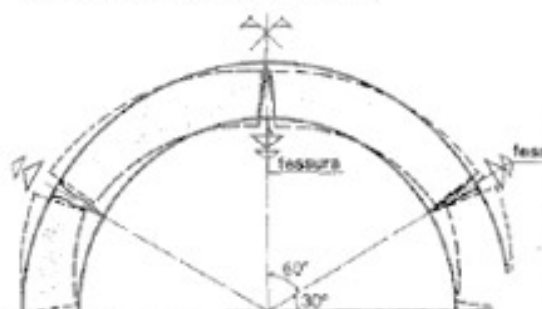
**LA TEORIA**



# SVM 2004

dalla  
Ricerca  
Scientifica  
alla  
Tecnica  
Applicata

AEDES Software



## Sistemi Voltati in Muratura



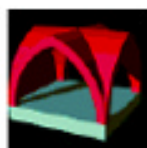
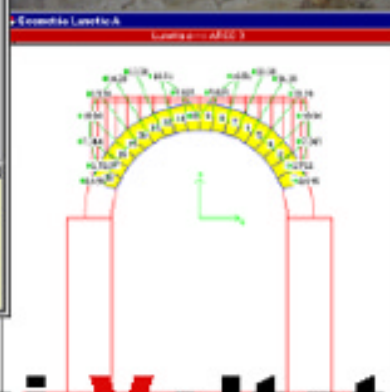
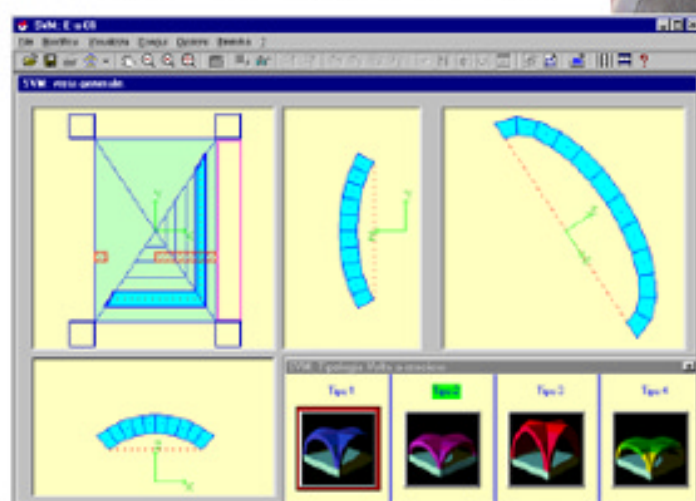
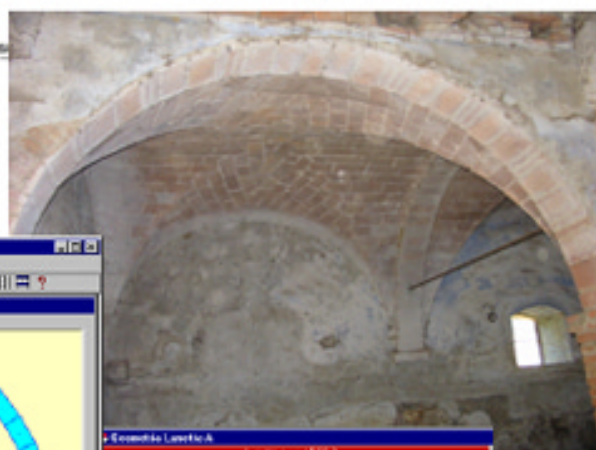
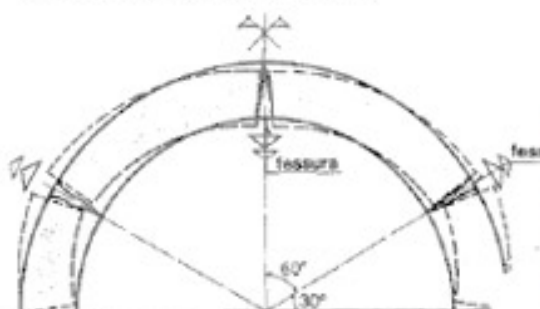
MANUALE D'USO



# SVM 2004

dalla  
Ricerca  
Scientifica  
alla  
Tecnica  
Applicata

## AEDES Software



# Sistemi Voltati in Muratura



## ESEMPI APPLICATIVI



---

Tutti i diritti sono riservati, anche di riproduzione parziale, a norma di legge e delle convenzioni internazionali. Nessuna parte di questo volume può essere riprodotta in qualsiasi forma o mezzo elettronico o meccanico, per alcun uso, senza il permesso scritto della AEDES Software per Ingegneria Civile s.a.s.

© **AEDES** Software per Ingegneria Civile s.a.s.  
Via F.lli Bandiera, 37 – 56028 SAN MINIATO (PI)  
Tel.: **0571.401073** - Fax: **0571.401173**  
E-mail: **info@aedes.it** - Internet: **www.aedes.it**

## **SISTEMI VOLTATI IN MMURATURA**

### **A. LA TEORIA 5**

#### **A.1. INTRODUZIONE 5**

##### A.1.1. AUTORI DE 'LA TEORIA' 7

#### **A.2. COMPORTAMENTO STATICO DELLE STRUTTURE IN MURATURA 8**

##### A.2.1. GENERALITA' 8

##### A.2.2. L'ARCO IN MURATURA 10

#### **A.3. STABILITA' DEGLI ARCHI: L'ANALISI LIMITE 13**

##### A.3.1. IPOTESI DI BASE 13

##### A.3.2. COEFFICIENTE DI SICUREZZA 19

##### A.3.3. MODELLO MATEMATICO 21

###### A.3.3.1. FORMULAZIONE GENERALE DEL PROBLEMA 21

###### A.3.3.2. METODO DELL'INVERSA GENERALIZZATA 25

###### A.3.3.2.1. RISOLUZIONE DEL SISTEMA RETTANGOLARE 25

###### A.3.3.2.2. INTRODUZIONE DELLE CONDIZIONI DI SEGNO 27

###### A.3.3.3. ESEMPIO DI CALCOLO 30

##### A.3.4. CONFRONTO CON IL METODO DEL MÉRY 35

#### **A.4. STABILITA' DELLE VOLTE 37**

##### A.4.1. VOLTE A CROCIERA 37

#### **A.5. NORMATIVA DI RIFERIMENTO 44**

##### A.5.1. ESTRATTI DALLA NORMATIVA ITALIANA VIGENTE 44

#### **A.6. BIBLIOGRAFIA 53**

---

AEDES Software

**SVM**

**SISTEMI VOLTATI  
IN  
MURATURA**

**LA TEORIA**

## A. LA TEORIA

### A.1. INTRODUZIONE

Ci proponiamo di studiare il comportamento statico degli archi e delle volte in muratura. Faremo riferimento agli archi, comprendendo quindi il caso delle volte a botte, di cui l'arco è una sezione trasversale; per volte di altra natura, sarà preliminarmente richiesta la scomposizione in archi semplici.

Per arco in muratura si intende una struttura, convenzionalmente monodimensionale, costituita da elementi lapidei o in laterizio, detti conci, posti direttamente in mutuo contrasto o assemblati con interposizione di letti di malta.

L'analisi degli archi in conci di pietra o in muratura di mattoni può essere affrontata facendo riferimento a due schematizzazioni diverse a seconda che l'obiettivo che ci si prefigge di cogliere consista nel determinare:

- (1) il grado di stabilità, oppure
- (2) lo stato di sforzo e la configurazione deformata della struttura per assegnate condizioni di carico e/o cedimenti.

Nel primo caso, trattandosi di una analisi limite della struttura, nota la geometria e la posizione dei carichi, si fa ricorso a procedimenti che permettono di determinare per quale valore dei carichi e/o dei cedimenti delle imposte avverrà il collasso dell'arco.

[Si osservi che in questa trattazione, se non diversamente specificato, 'stabilità' deve essere intesa nel senso della Meccanica Razionale (configurazione di equilibrio distinta dai meccanismi di collasso) (e non come fenomeno elastico o elastoplastico legato alla configurazione deformata della struttura, studiato nell'ambito della Scienza delle Costruzioni)].

Nel secondo caso, trattandosi di una verifica di resistenza, vengono usati tutti quei procedimenti che permettono, noti i carichi agenti, la geometria e le leggi di comportamento dei materiali che costituiscono la struttura, di determinarne lo stato di tensione in ciascun punto verificandone l'ammissibilità con le proprietà del materiale usato. Ai due differenti obiettivi sottostanno, ovviamente, schematizzazioni e modelli di calcolo fondamentalmente diversi.

Infatti, qualora si voglia procedere alla determinazione dello stato di sollecitazione in una struttura ad arco (schematizzazione (2)), non si può prescindere dalla deformabilità del materiale o dei materiali che la costituiscono.

Tuttavia, la grande differenza tra i valori dei parametri meccanici che rappresentano la deformabilità della pietra e della malta rende accettabile l'ipotesi di conci indeformabili permettendo così di schematizzare la struttura con un insieme di elementi rigidi collegati da vincoli deformabili e fessuranti tali da simulare il comportamento effettivo del giunto di malta.

Questa schematizzazione risulta sufficientemente aderente all'effettivo comportamento di un arco in muratura, di pietra o mattoni e malta di calce, materiali di cui peraltro risulta costituita la maggior parte delle costruzioni dell'edilizia storica.

Se invece interessa conoscere il carico o il cedimento limite (schematizzazione (1)), si deve osservare che, nella ricerca dello stato ultimo, le proprietà del materiale che ne descrivono gli aspetti deformativi non intervengono: è quindi sufficiente fare riferimento ad uno schema costituito da conci rigidi con interfacce fessuranti.

Come rilevato da J. Heyman, un tale modello, costituito da blocchi rigidi geometricamente definiti e dotati di peso, sebbene già adottato nelle prime teorie statiche sugli archi che risalgono al XVIII secolo, appare ancora oggi sufficientemente espressivo e pertanto ancora idoneo alla analisi di archi in muratura.

Le teorie, inizialmente formulate alla fine del XVII secolo - rivolte soprattutto alla individuazione dei meccanismi di collasso, gli unici, d'altronde, suscettibili di verifica sperimentale - e quelle successivamente



sviluppate per la ricerca della ‘curva di pressione’ e della migliore forma da attribuire ad un arco, contenevano già gli elementi essenziali alla descrizione del comportamento degli archi in muratura.

Nel presente lavoro, numericamente tradotto dai software SAV per gli archi e SVM per le volte a crociera, la stabilità dell’arco (di forma generica e genericamente caricato da forze concentrate e/o distribuite verticali e/o orizzontali) viene studiata secondo la schematizzazione (1): l’arco è visto come struttura costituita da conci rigidi (gli “elementi finiti”) che si trasmettono sollecitazioni attraverso l’interfaccia (eventualmente costituita da malta) che diviene la sede delle fessurazioni; il collasso della struttura avviene per formazione di un meccanismo di tipo rigido determinato dall’apertura di quattro cerniere poste alternativamente sulla curva di intradosso ed estradosso dell’arco in modo da garantire una configurazione cinematicamente compatibile.

Il modello numerico proposto fornisce, quindi, la risposta alla seguente domanda:

“Dato un arco di geometria assegnata, esiste un poligono funicolare compatibile con i carichi applicati che risulti ovunque contenuto all'interno della sagoma dell'arco o al più tangente alle curve di intradosso o di estradosso dell'arco stesso ? ”

In caso di risposta affermativa, la verifica di stabilità risulta soddisfatta. In particolare, in modello numerico fornisce, come risultato, l'effettivo poligono limite compatibile con il sistema di carichi applicati.

Sarà possibile inoltre definire una sorta di “coefficiente di sicurezza”, legato intrinsecamente alla geometria dell’arco, al quale, usando la definizione proposta da J. Heyman, può essere dato il nome di “fattore geometrico di sicurezza”. Occorre notare, intatti, che l’assunzione che un arco sia stabile o sicuro quando contenga al suo interno un poligono funicolare compatibile con i carichi, non indica quanto l’arco stesso sia effettivamente stabile o sicuro. In tal senso le parole “stabile” o “sicuro” non hanno un valore numerico! Per ricavare una quantità numerica che definisca il grado di sicurezza sarà possibile definire l’arco di minimo spessore compatibile con il poligono funicolare relativo al sistema dei carichi. Attraverso il rapporto tra lo spessore dell’arco reale e quest’ultimo sarà possibile determinare il “coefficiente di sicurezza”. A tale proposito occorre notare che la regola grafica basata sul fattore geometrico di sicurezza uguale a 3, equivalente in pratica alla regola del terzo medio e caratterizzante il noto metodo di Mery, è del tutto arbitraria: tale valore in generale può essere del tutto diverso, a volte anche minore.

La soluzione limite ottenuta attraverso la risoluzione numerica, sebbene caratterizzata da un poligono funicolare non necessariamente coincidente con quello effettivo (per ottenere tale risultato occorre ragionare secondo la schematizzazione (2)), può considerarsi del tutto sufficiente per accertare la stabilità della struttura e per fornire valori di calcolo relativi alle azioni mutue fra i conci, oltre che per definire le azioni esercitate sulle imposte (per eventuali successive verifiche sui piedritti).

Il metodo rende inoltre possibile la determinazione del moltiplicatore di collasso dei carichi: ciò consentirà, ad esempio nel caso di forze orizzontali di origine sismica, la definizione della massima intensità sismica sostenibile dalla struttura prima del collasso, in pieno accordo con l’orientamento della vigente Normativa antisismica.

Per futuri sviluppi, si prevede la messa a punto di due ulteriori aspetti:

- I) l’inserimento dell’informazione dell’elasticità, pensata concentrata nei giunti di malta. Risulterà quindi determinabile l’unica configurazione equilibrata e congruente corrispondente al sistema dei carichi, con relativo tracciamento della deformata effettiva dell’arco
- II) l’analisi del comportamento dell’arco sotto l’azione di cedimenti anelastici esterni, attraverso l’applicazione della cinematica per spostamenti finiti.

L’esposizione teorica della metodologia di calcolo degli archi sarà preceduta da un inquadramento generale dell’analisi del comportamento statico delle strutture in muratura attraverso una sintesi dei lavori di J. Heyman.

### A.1.1. AUTORI DE ‘LA TEORIA’

Il capitolo A.2. è ampiamente ripreso da [1].

Gli Autori della metodologia di calcolo illustrata al capitolo A.3. sono il Prof. Arch. Michele Paradiso e il Prof. Arch. Giacomo Tempesta ([5], [6]).

Per il paragrafo A.3.3.2.4., per la definizione delle cerniere di apertura (vd. fig. 8) e per un corretto inquadramento del metodo del Méry nei confronti dell’analisi limite, si è fatto riferimento a [7].

Per i metodi numerici (inversa generalizzata) si può fare riferimento ai cenni riportati in [8].

Per il capitolo A.3.4. si è fatto riferimento a [9].

Per il capitolo A.4. si è fatto riferimento a [15].

Per l’argomento nei suoi vari aspetti, un’ampia bibliografia è riportata in [5], [6].

La riorganizzazione del testo è stata curata dal Dott. Arch. Stefano Galassi e dall’Ing. Francesco Pugi.

## A.2. COMPORTAMENTO STATICO DELLE STRUTTURE IN MURATURA

### A.2.1. GENERALITA'

0. Le strutture in muratura hanno da sempre dimostrato una considerevole durata nel tempo. Esse rispondono alle azioni di disturbo, quali piccoli cedimenti del terreno di fondazione, eventi sismici, forti pressioni esercitate dal vento o da esplosioni, con lo sviluppo di fessurazioni, scarsamente significative dal punto di vista strutturale, ma tali da modificare l'intero schema reagente. La risorsa ultima ed inattaccabile delle strutture in muratura consiste nella capacità, che esse mostrano, di trasformarsi da strutture altamente iperstatiche in strutture staticamente determinate. Anche nella configurazione variata la struttura continua ad assolvere la sua originaria funzione e allo stesso tempo è in grado di reagire ad ulteriori azioni esterne senza altri cambiamenti nelle proprie condizioni.

1. La caratteristica peculiare degli edifici greci, romani, bizantini, romanici e gotici sta nel fatto che alcuni di essi continuano tuttora ad esistere. Piccole lesioni sono comparse naturalmente e talvolta grandi catastrofi si sono verificate, ma nel complesso, tali strutture sono da considerarsi estremamente stabili. Santa Sofia, in Costantinopoli, subì nei primissimi anni dopo la sua costruzione due violenti terremoti; la conseguenza straordinaria non fu che ad ogni occasione un quarto dell'alta cupola cadesse, ma che viceversa i tre quarti della stessa rimanessero in piedi (ogni volta fu restaurata per intero); similmente i bombardamenti della seconda guerra mondiale (è il caso di Cologne) danneggiarono solo lievemente le cattedrali medioevali, attorniate da moderne città totalmente distrutte.

2. Con riferimento a bassi livelli di disturbo, sembra che i progressivi cedimenti e assestamenti delle fondazioni, verificatisi in molti edifici, non abbiano provocato dissesti allarmanti nella struttura muraria (benché, come si può vedere, ci sia un periodo iniziale di elevato rischio equivalente a circa una generazione). E' vero che le murature possono apparire sfigurate da lesioni di piccola o grande estensione; tali lesioni comunque, possono continuare ad esistere per secoli, e non sono i segni di un eventuale imminente collasso. Piuttosto, le lesioni sono l'indicazione del modo con cui le strutture in muratura si sono adattate al loro ambiente. **L'essere fratturate è uno stato naturale per le murature.**

3. Nello stesso tempo è sia conveniente quanto prudente considerare un edificio in muratura come un assemblaggio di pietre a secco, alcune squadrate altre no, poste una sull'altra in modo tale da fornire una struttura stabile. La malta può essere usata per riempire gli interstizi; tuttavia essa può essere debole fin dall'inizio o può subire un degrado progressivo con il tempo e pertanto il suo contributo può essere trascurato ai fini della resistenza della costruzione. La stabilità dell'insieme è assicurata infatti dalla compattezza sotto il peso dei vari elementi; possiamo avere uno stato generale di compressione ma solamente una minima trazione può essere sopportata.

4. In particolare la forma della costruzione, sia che si tratti di un semplice arco come di una cattedrale gotica, sarà mantenuta attraverso il collegamento interfacciale degli elementi. In casi di pietre con superfici squadrate, assemblate a secco, le forze d'attrito, se c'è una tendenza allo scivolamento all'interno della fabbrica, devono agire sulle facce di collegamento. Inoltre gli sforzi interni di compressione, dovuti al peso proprio, possono essere pensati come uno stato particolare di precompressione della muratura, tale da garantire la stabilità globale e permettere alle forze non agenti verticalmente di trasmettersi, all'interno della muratura, senza produrre trazioni o scorrimenti.

5. L'entità degli sforzi di compressione, dovuti al peso proprio del materiale, può essere determinata facilmente. Infatti la tensione di compressione per effetto del peso proprio, alla base di una parete piana di spessore uniforme, è semplicemente  $\gamma h$ , dove  $\gamma$  è il peso specifico del materiale e  $h$  l'altezza della parete. E' interessante confrontare tale tensione con quella di rottura a compressione della pietra. In modo approssimato la tensione di rottura per schiacciamento di una pietra di media resistenza risulta essere di  $40000 \text{ kN/m}^2$  ( $40 \text{ N/mm}^2 = 40 \text{ MPa} = 400 \text{ kg/cm}^2$ ), mentre il peso specifico è in genere pari a  $20 \text{ kN/mc}$  ( $20000 \text{ N/mc} = 2000 \text{ kg/mc} = 0.002 \text{ kg/cm}^3$ ).

Il che significa che la rottura per schiacciamento alla base di una parete monolitica può verificarsi solo per un valore di  $h$  pari a:  $400 / 0.002 = 200000 \text{ cm} = 2000 \text{ m}$ .

6. Anche se si dovessero eliminare alla base i tre quarti della parete per l'inserimento di finestre, arcate o aperture del genere, il rimanente quarto di muratura solida potrebbe ancora sopportare il peso corrispondente ad una parete alta 500 m, un'altezza indubbiamente superiore a quelle generalmente riscontrabili nelle costruzioni murarie. Questi dati denotano l'esistenza di un fattore di sicurezza molto alto in calcoli condotti in riferimento alla tensione di rottura per schiacciamento della pietra.

7. Infatti, gli elementi più sollecitati in un edificio antico in muratura, come, ad esempio, le pietre alla base di una torre di una cattedrale gotica, presentano tensioni medie pari a 1/10 della resistenza a schiacciamento del materiale e la struttura principale resistente risulta lavorare a meno di 1/100 della resistenza allo schiacciamento; pareti ad elementi strutturali secondari presentano invece tensioni pari a 1/1000 quella di rottura. Benouville [2], analizzando la cattedrale di Beauvais, era stupito dal fatto di non trovare tensioni di calcolo maggiori di 13 kg/cm<sup>2</sup> (1.3 N/mm<sup>2</sup>).

8. Studi di tal genere su archi in muratura conducono a risultati analoghi. Per esempio in un ponte medioevale di luce relativamente piccola, gli archi sono sollecitati soltanto debolmente e perfino "i grandi archi" del tardo '800 e del '900 [3] sono anch'essi sollecitati per non più 1/10 della resistenza della pietra.

9. Ancora, le sollecitazioni in una copertura soggetta soltanto al peso proprio sono dell'ordine di  $R\gamma$ , dove  $R$  è il raggio locale di curvatura e  $\gamma$  il peso specifico ( $R$  avrà due valori in una volta a doppia curvatura). Così per una volta di navata avente  $R = 15$  m, può risultare  $R\gamma = 1500 \times 0.002 = 3 \text{ kg/cm}^2 = 0.3 \text{ N/mm}^2$ .

10. Tali calcoli ci forniscono soltanto degli ordini di grandezza, comunque possono essere già tratte alcune conclusioni significative. La prima, derivante dall'osservazione che strutture in pietra, per quanto antiche, continuano tuttora ad esistere, è che, apparentemente, anche una piccolissima precompressione è sufficiente ad evitare il pericolo di scorrimenti e di generale perdita di compattezza della muratura. Tale osservazione acquista importanza se allo strutturista è richiesto il restauro o il consolidamento di una struttura in muratura; essa fornisce infatti un riferimento teorico da tener presente, ad esempio, nel calibrare la pretensione degli appositi cavi.

11. Un'altra conclusione ben più importante può essere comunque tratta. Se il livello di sforzo della muratura si mantiene mediamente basso, tutte le considerazioni teoriche ad essa relative possono rientrare nella più ampia teoria del calcolo a rottura [4]. Le caratteristiche che il materiale viene allora ad assumere sono le seguenti:

- a) **non si verifica collasso per scorrimento**, essendo ogni possibile tendenza a tale fenomeno impedita da forze di attrito sufficientemente alte tra le varie parti della struttura;
- b) **la muratura non ha resistenza a trazione** (cioè le connessioni sono a secco o realizzate con malta di resistenza a trazione trascurabile);
- c) **la muratura ha una resistenza a compressione infinita**, il che implica che le sollecitazioni risultano, per confronto, talmente basse che non c'è pericolo di rottura per schiacciamento del materiale.

12. Naturalmente lo scorrimento può talvolta verificarsi in una struttura in muratura. Però l'ipotesi b), secondo cui è trascurata ogni resistenza a trazione interna, è chiaramente a vantaggio della sicurezza. E' possibile poi apportare leggere modifiche ai calcoli al fine di eliminare eventuali conseguenze dell'ipotesi c), controproducenti ai fini della sicurezza; ma, nella pratica corrente tali modifiche non sono, in genere, indispensabili.

13. Inoltre si dovranno assumere le consuete ipotesi della teoria elastica o plastica delle strutture. In particolare è necessaria l'ipotesi dei piccoli spostamenti per l'approccio di tipo plastico ed infine che non esistano nella struttura parti di snellezza tale (colonne o pareti sottili) da provocare fenomeni d'instabilità (nel senso euleriano).

14. I teoremi fondamentali della plasticità possono essere così "traslati" alle murature; di questi è importantissimo il "**teorema statico**". In poche parole, questo teorema stabilisce che **se è possibile trovare un qualsiasi sistema di sollecitazioni interne in equilibrio con il carico esterno e tale che in nessuna sezione sia superata la resistenza alla schiacciamento, allora la struttura nel suo complesso è stabile**.

15. L'analisi strutturale delle murature viene così a differenziarsi notevolmente dalla teoria elastica convenzionale. In particolare non viene richiesto il calcolo di incognite "sovrabbondanti" attraverso le equazioni

di compatibilità; ad esempio, non è necessario definire le esatte condizioni alla fondazione per determinare i valori di spostamento che saranno adoperati successivamente. Lo strutturista non cerca di definire lo “stato effettivo” della struttura. Al contrario, tutto ciò che ha bisogno di esaminare è un solo stato di equilibrio, favorevole nei confronti della stabilità (per esempio quello in cui le tensioni sono assunte essere uniformemente distribuite nella muratura piuttosto che basse in alcune parti ed elevate in altre).

### A.2.2. L'ARCO IN MURATURA

16. Esaminiamo, come esempio, l'arco in muratura. In questo caso, lo stato di sollecitazione dell'arco è definito dalla posizione della linea delle pressioni; ciò che lo strutturista ha bisogno di conoscere è la forma e la posizione del poligono funicolare. (L'analogia tra la forma che una fune vincolata all'estremità assume sotto carico e la corrispondente linea delle pressioni è nota da 300 anni. Lo stesso poligono funicolare, in trazione per la fune e in compressione per l'arco, rappresenta uno stato d'equilibrio con il carico applicato).

17. Le condizioni d'equilibrio forniscono da sole la forma del poligono funicolare, ma non sono in grado di definirne la posizione. Il teorema statico assicura comunque che, **se è possibile definire un qualunque poligono funicolare (ossia una curva delle pressioni) all'interno dello spessore dell'arco, questo è stabile**. Per dimostrare che l'arco può assolvere le sue funzioni statiche è necessario soltanto mostrare che esiste almeno un sistema di forze interne compatibile (equilibrio con le forze esterne, assenza di trazioni, tensioni inferiori a quelle di rottura). Assegnando all'arco in muratura attributi quasi umani, si potrebbe dire che esso cerca di trovare da solo, al suo interno, un sistema di forze compatibile.

18. Al contrario, se si ricerca “l'effettivo” sistema di forze, allora un approccio di tipo tradizionale richiederà certe ipotesi preliminari, come ad esempio sulle “imposte” che, sotto carico, potranno rimanere fisse o cedere secondo ben specificate regole. Con alcune ipotesi di questo tipo, esattamente definite, è possibile compiere un'analisi elastica della struttura (o anelastica, se si vuol tener conto di certe complicazioni derivanti dalle reali caratteristiche del materiale: insieme di pietre, malta, vuoti); si ricaverà in tal modo un sistema di forze compatibile con le ipotesi assunte e certamente in equilibrio con i carichi applicati.

19. Tale sistema di forze non può, comunque, essere considerato l'effettivo sistema di forze agente sulla struttura. Infatti, se non per altre cause, la validità delle ipotesi formulate risulta inevitabilmente inficiata dal trascorrere del tempo: una spalla di un ponte ad arco come pure i pilastri di una cattedrale possono cedere leggermente. Piccoli movimenti di questa natura possono alterare notevolmente lo stato di equilibrio della struttura; comunque, non sembra ragionevole supporre che un assestamento di pochi millimetri nel raggio di pochi metri, anche se ha evidentemente una notevole risonanza sulla posizione della linea delle pressioni all'interno dell'arco, possa realmente produrre effetti apprezzabili sulla sua resistenza.

20. Il teorema statico giustifica appunto questa considerazione dettata dal buon senso. Piccole deformazioni dell'arco, non direttamente apprezzabili, possono causare lo spostamento brusco della linea delle pressioni all'interno della muratura; il teorema statico afferma però che, una volta dimostrata l'esistenza anche di una sola linea delle pressioni tutta contenuta all'interno della muratura, non c'è più alcun problema sul modo in cui la linea delle pressioni può spostarsi in risposta ai cambiamenti delle condizioni esterne: essa non uscirà mai dalla muratura.

21. E' soprattutto un problema di geometria. Un difetto di qualche millimetro rapportato ad alcuni metri è equivalente all'unità nei confronti delle migliaia; è cioè dello stesso ordine dell'imperfezione dello spessore di un tratto di matita nel disegno di un arco. Sul piano grafico, l'arco perfetto e quello non perfettamente disegnato appaiono identici. Quindi un poligono funicolare tracciato e verificato per un arco perfetto andrà bene anche per lo stesso arco con qualche imperfezione.

22. Pertanto difetti di questo tipo non inficiano assolutamente la stabilità dell'arco. Piuttosto, la sua “sicurezza” o “affidabilità” deve essere determinata anche geometricamente. Se, per esempio, il poligono funicolare potesse essere racchiuso all'interno di un arco dello stesso profilo di quello in esame, ma avente uno spessore pari ad un terzo di questo, allora il “coefficiente geometrico di sicurezza” sarebbe 3. Questo è il vero significato della

“regola del terzo medio”; tale coefficiente dà una valutazione quantitativa della possibilità che la linea delle pressioni ha di variare all’interno dell’arco.

23. Si supponga che un arco in muratura sia stato costruito a regola d’arte in modo tale da adattarsi esattamente nello spazio compreso fra un’imposta e l’altra. Una volta tolta la centina, l’arco spingerà contro le imposte; se queste cedono, esso si adatterà ad una luce maggiore di quella iniziale dando luogo alla formazione di cerniere (fig.1 (a)). La corrispondente linea delle pressioni risulta così definita univocamente (fig.1(b)). Sono sufficienti tre cerniere per trasformare l’arco iperstatico in una struttura staticamente determinata.

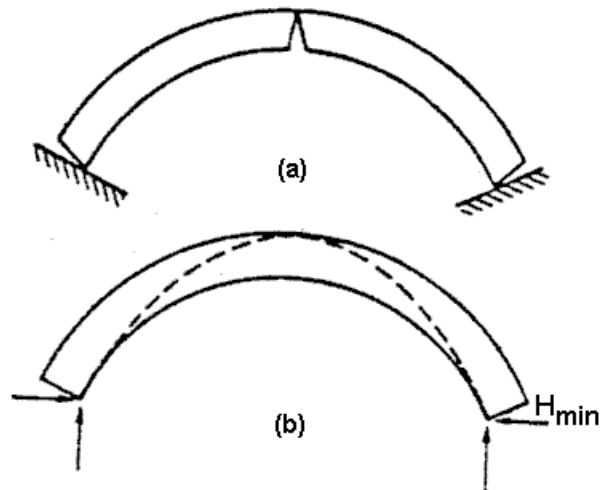


Fig. 1.

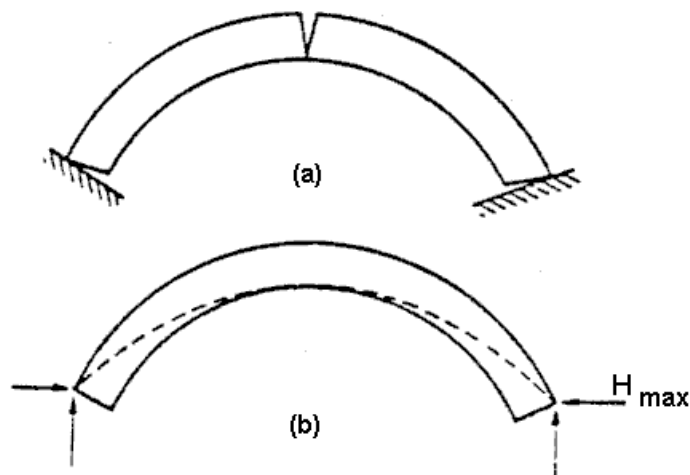


Fig. 2.

24. La spinta alle reni di fig.1 (b) ha un valore minimo; il valore massimo corrisponde invece alla configurazione di fig.2. In questo caso le sezioni d’imposta tendono a chiudersi (cioè ad avvicinarsi) e le tre cerniere sono disposte secondo uno schema che permette all’arco di adattarsi alla nuova luce ridotta.

25. Le figure 1(b) e 2(b) rappresentano le due posizioni estreme della linea delle pressioni. Si suppone che i movimenti che portano alla formazione delle cerniere siano piccoli, essi però possono ugualmente indurre la linea delle pressioni ad assumere delle posizioni limite ampiamente diverse. Comunque, per ciascuna delle due posizioni limite è possibile calcolare il corrispondente valore della pressione alle reni, e questi sono infatti i limiti entro cui deve essere compreso un qualsiasi valore reale di tale pressione. Pertanto, nonostante non sia possibile precisare le esatte condizioni di vincolo dell’arco è almeno possibile ottenere i limiti numerici entro cui può

variare la sollecitazione, in una generica sezione; il teorema statico non è quindi uno strumento così grossolano come potrebbe apparire.

26. Questo esempio, molto semplice, relativo all'arco, è sufficiente ad illustrare il modo in cui si formano le fratture in strutture anche più complesse. La semplice presenza di tali fratture non è di per sé allarmante, ammesso che i movimenti che le hanno causate non continuino nel tempo e le variazioni dell'intera geometria non siano eccessive. Un assestamento progressivo delle strutture in muratura, indotto da variazioni termiche o da azioni ripetute dovute al vento, può continuare a verificarsi nei secoli. Cambiamenti di stato più rapidi è possibile che dipendano dal suolo su cui insiste la struttura.

27. Il fenomeno dell'assestamento del terreno al di sotto delle fondazioni può essere illustrato prendendo in esame il comportamento di torri a larga base, tuttora esistenti, inserite nel corpo murario di cattedrali. E' abbastanza frequente verificare che i ricorsi orizzontali di muratura nella navata principale, nel coro e nei transetti mostrano distorsioni più o meno vistose, rendendo evidente che la torre ha subito cedimenti di almeno 300 mm. In genere sull'intera superficie in pianta della torre potrebbero verificarsi pressioni medie di  $1.000 \text{ kN/m}^2$  ( $= 10 \text{ kg/cm}^2$ ) abbastanza alte da rendere possibile il verificarsi di cedimenti considerevoli, ma non così elevate da provocare la completa perdita di resistenza di un'argilla consolidata.

28. L'ordine di grandezza del tempo necessario all'assestamento di un terreno sottostante a una struttura che si estende per circa 10 mq in pianta, prima che esso raggiunga l'effettivo equilibrio, è di circa una generazione. Se gli assestamenti successivi si verificano in modo non uniforme o conducono altresì a variazioni notevoli nella geometria della torre, è allora possibile che questa crolli. Crolli si verificarono, ad esempio, a Winchester, Gloucester, Worcester e Beauvais (due volte) entro un breve periodo dal completamento dei lavori. D'altro canto, una volta che il periodo di rischio, corrispondente ad una generazione, è trascorso senza il manifestarsi di danni ed ammesso che non ci siano cambiamenti nella condizione generale del suolo, la torre può senza altro ritenersi staticamente al sicuro.

29. Un approccio più sofisticato all'analisi delle murature non può non tener conto della resistenza del materiale come parametro indispensabile del problema. Comunque, **la stabilità di una struttura in muratura è assicurata non dalla sua resistenza, ma dalla sua corretta geometria globale, corretta cioè in riferimento all'andamento delle pressioni che la struttura deve sopportare.** Una volta accertato questo requisito, eventuali difetti derivanti da piccole imperfezioni risultano trascurabili. Visti da vicino, difetti come le fratture possono sembrare allarmanti; se però ci si allontana dalla struttura, questa apparirà geometricamente perfetta (l'imperfezione rimane entro l'ordine di grandezza dello spessore di un tratto di matita) e non ci si dovrà più allarmare alla vista di difetti locali. Si è già fatta l'ipotesi che il materiale non sia in grado di reagire a trazione e che la muratura possa fratturarsi; il comportamento di quest'ultima risulterà perfettamente consono a tali ipotesi. Tutto ciò che allo strutturista resta da fare è fornire una buona geometria e una fondazione ragionevole; la struttura saprà benissimo badare a se stessa.

### A.3. STABILITÀ DEGLI ARCHI: L'ANALISI LIMITE

#### A.3.1. IPOTESI DI BASE

Per l'analisi limite di un arco costituito da conci lapidei lavorati e posti in mutuo contrasto o, addirittura, senza apporto di malta, si adotta un modello discreto per il quale la struttura risulta suddivisa in elementi finiti coincidenti con i conci reali che costituiscono l'arco stesso (i metodi numerici messi a punto consentiranno l'estensione a schematizzazioni con conci 'ideali' non coincidenti con i reali; le fessurazioni teoriche saranno comunque sempre localizzate nelle interfacce fra i conci utilizzati nel modello), e viene considerato un comportamento rigido dei conci e un comportamento rigido fessurante dei giunti di collegamento.

Il **modello**, detto: **"a blocchi rigidi"** e proposto da J. Heyman, si fonda sulle seguenti ipotesi.

**( I ) La pietra non offre alcuna resistenza a trazione.**

Questa ipotesi risulta certamente verificata per la muratura costituita da blocchi assemblati a secco o con apporto di malta a scarsa resistenza e comunque essa è a favore della sicurezza.

**( II ) La resistenza a compressione della pietra si assume infinita.**

Questa ipotesi trova giustificazione nella constatazione che, salvo eccezioni, il collasso di un arco in muratura di pietra avviene per la formazione di cerniere di apertura tra concio e concio (rotazione rigida di due conci contigui intorno al lato di contatto in corrispondenza dell'intradosso od estradosso dell'arco), e non per schiacciamento dei conci.

L'ipotesi corrisponde teoricamente ad una tensione di compressione 'infinita' nel punto di contatto tra i conci in corrispondenza della cerniera, ma in realtà è sufficiente un limitato schiacciamento locale per riportare i valori della tensione entro i limiti di rottura dei conci lapidei. L'osservazione sperimentale delle strutture ad arco conferma che la tensione media di compressione risulta essere estremamente modesta.

In altre parole, con questa ipotesi si afferma che in generale è la flessione la sollecitazione capace di produrre il collasso della struttura per formazione di un meccanismo.

Per comprendere la validità di questa ipotesi, si veda anche oltre (figg. 7, 8, 9).

**( III ) I conci in pietra non possono scorrere l'uno rispetto all'altro.**

In altre parole con ciò si ammette tacitamente che la forza tagliente parallela all'asse non ecceda mai la resistenza di attrito tra concio e concio.

Partendo da queste tre ipotesi, Heyman ha definito le procedure di applicazione dei teoremi dell'analisi limite agli archi in muratura. L'analisi strutturale che ne consegue definisce una metodologia innovativa rispetto all'analisi elastica o elasto-plastica: **la sicurezza della struttura viene indagata in funzione della sua forma, cioè da un punto di vista geometrico piuttosto che in termini di tensione e di deformazione.** In altre parole, la stabilità della struttura è assicurata non dalla sua resistenza, ma dalla corretta rispondenza della sua geometria globale all'andamento della curva delle pressioni che deve sopportare.

Sia dunque dato un arco in muratura, di spessore  $t = 2h$ .

Sia  $R$  la risultante delle forze che si trasmettono attraverso una generica sezione retta  $S$ .

Per l'ipotesi secondo la quale i conci non possono scorrere l'uno rispetto all'altro la componente tagliente  $T$  di  $R$  non influisce sul meccanismo di collasso e lo stato di sollecitazione della struttura può essere descritto da due soli parametri, rispettivamente: lo sforzo normale  $N$  ed il momento  $M = Ne$  (figg. 3, 4).



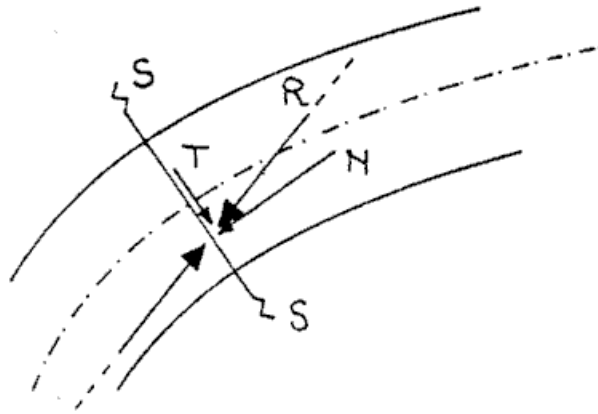


Fig. 3.

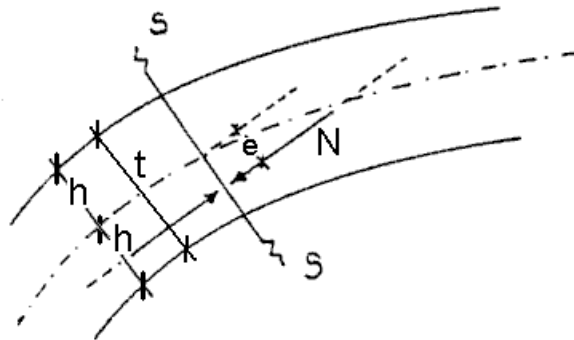


Fig. 4.

Quando  $e = h$ , tra due conci contigui si è formata una cerniera e dunque la condizione per la formazione di una articolazione è:  $M = \pm Nh$  (fig. 5).

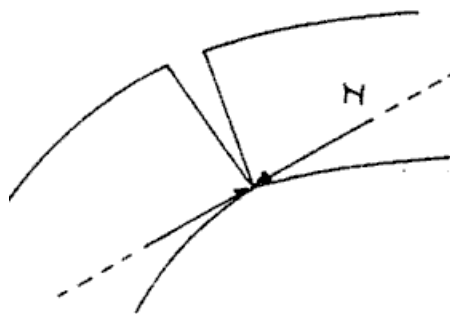


Fig. 5.

E' possibile ora costruire la curva limite nel sistema di coordinate  $M, N$  che è appunto rappresentata dalle rette di equazione  $M = \pm Nh$  uscenti dall'origine  $O$  essendo il materiale per ipotesi non reagente a trazione.

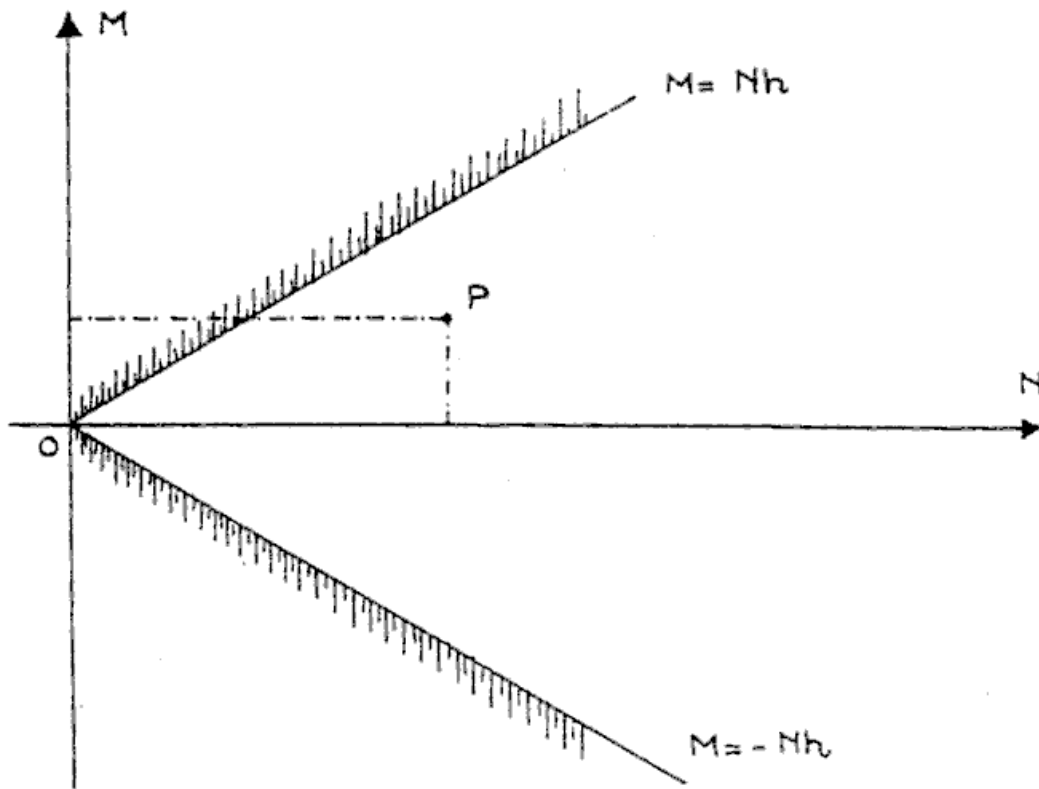


Fig. 6.

Tutti i punti P che si trovano all'interno dell'angolo formato dalle due semirette sono rappresentativi di uno stato di sollecitazione accettabile; infatti i due conci risultano ancora in contatto.

I punti che si trovano sulle semirette  $M = \pm Nh$  sono invece rappresentativi della formazione di una cerniera rispettivamente all'intradosso ed estradosso dell'arco; in questa circostanza la linea delle pressioni passa per il bordo inferiore o superiore del giunto.

Tutti gli altri punti del piano, cioè quelli che si trovano al di fuori dell'angolo formato dalle due semirette, rappresentano stati di sollecitazione non ammissibili: infatti in tal caso la risultante delle forze interne cadrebbe fuori della sezione e ciò non è accettabile per l'ipotesi di non resistenza a trazione del materiale.

Se si rimuove l'ipotesi di resistenza infinita alla compressione, cioè se si assegna un materiale con resistenza finita a compressione, come è in realtà, la curva limite è rappresentata da due archi di parabola (fig. 8).

Vediamo in dettaglio.

Il calcolo a rottura per materiali non resistenti a trazione, in presenza di contemporanea azione di sforzo normale N e di momento flettente M (riferito al baricentro della sezione completa), si basa su un diagramma  $\sigma$ - $\epsilon$  in regime monoassiale del tipo della fig. 7, dove  $\sigma_0$  è la tensione di rottura a compressione, mentre la tensione di rottura a trazione è nulla (supponiamo di rappresentare positivamente gli sforzi di compressione).

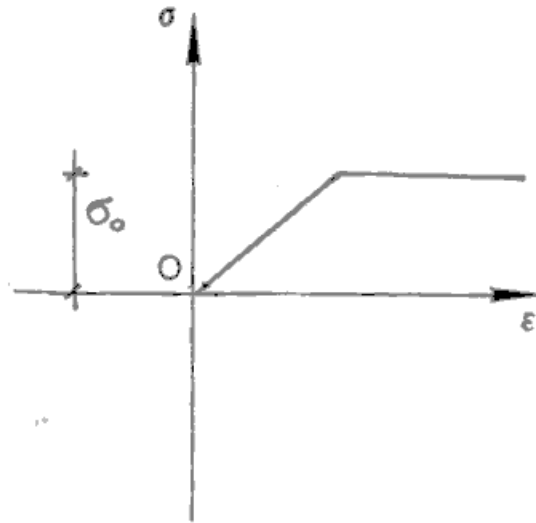


Fig. 7.

Se la sezione rettangolare ha base  $b$  ed altezza  $t (=2h)$ , la curva limite (NM) è costituita da due archi di parabola. Infatti, per  $\Delta\phi > 0$  (arco superiore di parabola), si ha:

$$N = \sigma_0 b \xi t$$

$$M = N e = N (t/2 - \xi t/2) = N t/2 (1 - \xi) = \sigma_0 b \xi t^2/2 (1 - \xi)$$

Poiché lo sforzo normale centrato di rottura vale:

$$N_0 = \sigma_0 b t$$

si ha:

$$\xi = N / N_0$$

e quindi:

$$M = \sigma_0 b t^2/2 (N / N_0) (1 - N / N_0)$$

ovvero una parabola avente come intersezioni con l'asse delle ascisse  $N$  i punti:  $N=0$  e  $N=N_0$ , come asse verticale la retta  $N = N_0/2 = \sigma_0 b t / 2$ , e come punto di massimo  $(\sigma_0 b t / 2, \sigma_0 b t^2 / 8)$ .

Si ha:

$$dM / dN = \sigma_0 b t^2/(2 N_0) (1 - 2 N / N_0) = t/2 (1 - 2 N / N_0) = t/2 (1 - 2 \xi) = t/2 - \xi t$$

Si ha quindi, nell'origine:

$$(dM / dN)_{\xi=0} = t/2 = h$$

e risulta così individuata la retta tangente all'origine all'arco della parabola (fig. 8).

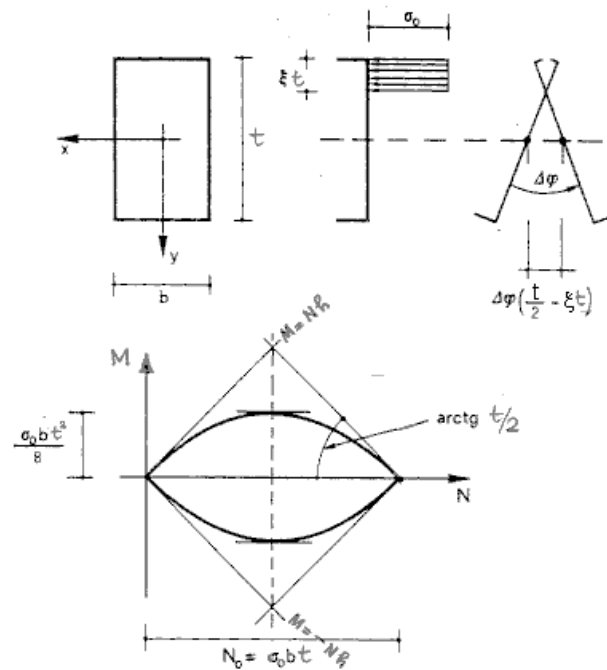


Fig. 8.

Esaminando molti manufatti lapidei, Heyman ha constatato che gli sforzi interni e le dimensioni delle sezioni sono tali da rendere  $\xi$  molto piccola (lo sforzo normale è compreso entro 1/30 del valore massimo raggiungibile); questo consente di assimilare la curva limite alla bilatera di fig. 8, dove le inclinazioni sono fornite, come visto, dal valore  $(t/2)$ . Ciò corrisponde ad ammettere che la ‘cerniera di apertura’ si formi in corrispondenza di uno dei bordi estremi della sezione (il superiore se  $\Delta\phi > 0$ , e cioè se  $M > 0$ ).

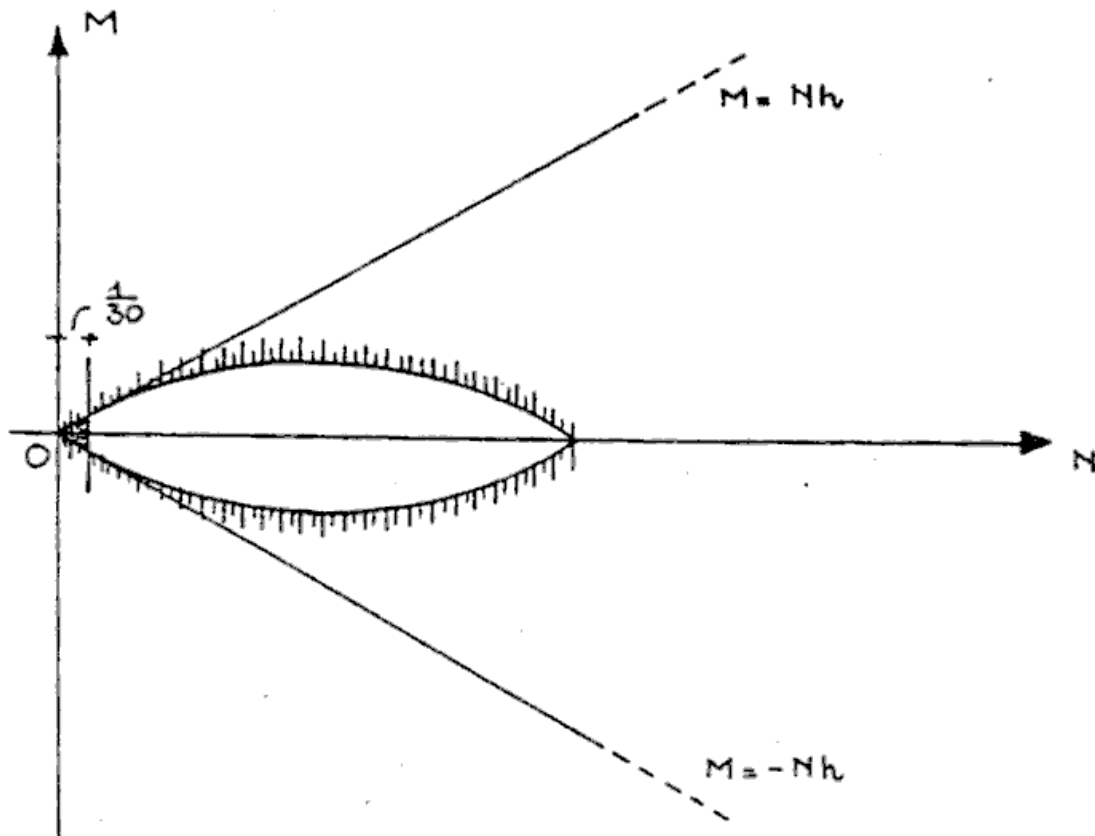


Fig. 9.

E' dunque chiaro il significato dell'ipotesi (II) di resistenza teoricamente infinita a compressione; le considerazioni fatte consentono l'adozione del dominio definito dalle due rette  $M = \pm Nh$ . Questa assunzione determina la forma di disequazioni che intervengono nella risoluzione del problema (par. A.3.3.1.).

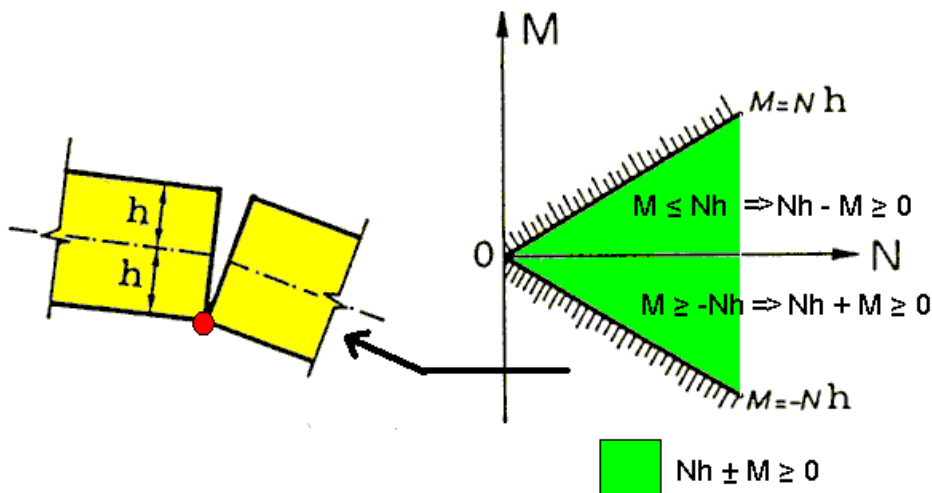


Fig. 10.

Ricapitolando, con riferimento alla fig. 10:

la regione contenuta tra le due semirette  $M=Nh$  e  $M=-Nh$  determina gli stati ammissibili di sollecitazione per i quali non si verificano rotazioni tra i conci e, di conseguenza, la curva delle pressioni rimane ovunque contenuta nello spessore dell'arco. I punti che giacciono sulle due semirette sono rappresentativi della formazione di una

cerniera all'intradosso o all'estradosso dell'arco; in tal caso la curva delle pressioni risulta tangente al bordo inferiore o superiore del giunto. Per tutti i punti esterni al dominio, si manifestano stati di sollecitazione non ammissibili per i quali la curva delle pressioni cadrebbe fuori dello spessore dell'arco.

### A.3.2. COEFFICIENTE DI SICUREZZA

Sia dato dunque un arco incastrato soggetto a dei carichi concentrati  $W_1, W_2, W_3, W_4$  (fig. 11).

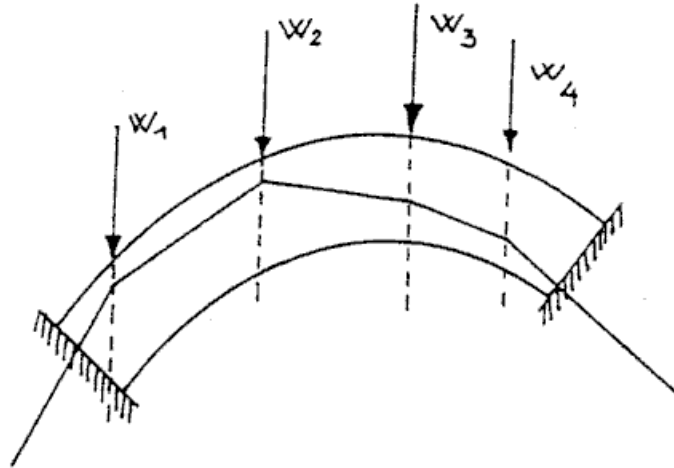


Fig. 11.

Essendo il problema iperstatico, il poligono funicolare che connette l'assegnato sistema di forze non è univocamente determinato.

Tuttavia esso deve rispettare la condizione limite di non fuoriuscita dal profilo dell'arco.

La condizione ora menzionata non tiene conto di fattori di sicurezza ed in tal senso non è affidabile; pertanto si definisce un **fattore geometrico di sicurezza  $\eta$**  che ha lo scopo di ridurre l'altezza utile dell'arco:  $\eta d = 2h$  (fig. 12).

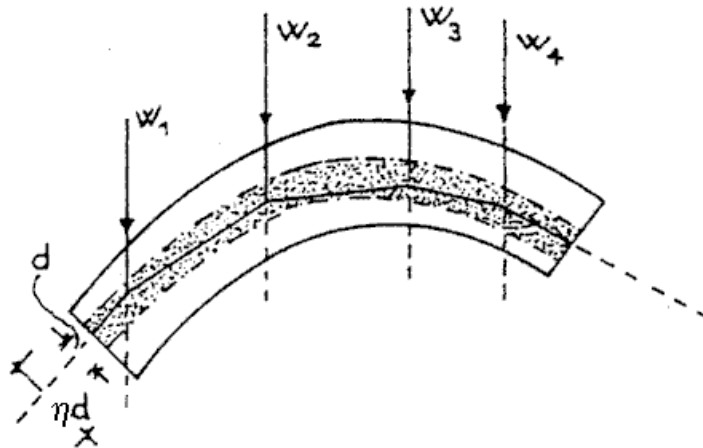


Fig. 12.

In altre parole, si considera, invece dello spessore reale dell'arco, uno spessore  $d$  ridotto secondo  $\eta$  e si impone al poligono funicolare di essere tutto contenuto entro l'arco immaginario di altezza  $d$  (fig. 13)

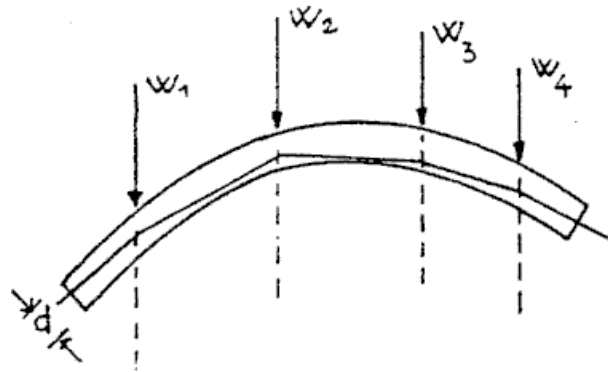


Fig. 13.

A questo proposito si fa osservare che un arco per il quale il segmento congiungente i punti di intersezione della curva di estradosso con le rette tracce dei piani di imposta è tutto interno al profilo dell'arco, l'arco è sempre stabile e non esiste quindi la possibilità che esso collassi (fig. 14)

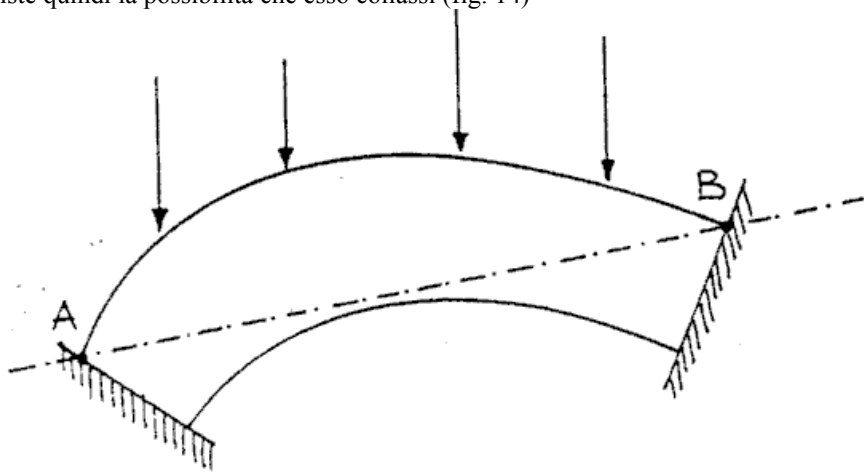


Fig. 14.

Il problema viene così ricondotto alla determinazione dell'arco di minimo spessore capace di sopportare quegli assegnati carichi, ed è evidente il significato del "coefficiente di sicurezza".

### A.3.3. MODELLO MATEMATICO

#### A.3.3.1. FORMULAZIONE GENERALE DEL PROBLEMA

Si considera un arco incastrato, costituito da 'n' conci e da 'm' = 'n+1' interfacce, su ciascuna delle quali agiscono le azioni interne N (sforzo normale), M (momento flettente) e T (taglio), per effetto del sistema di carichi applicati (peso proprio, altre azioni esterne) (fig. 15). L'arco viene discretizzato, numerando i conci e le interfacce progressivamente da sinistra a destra.

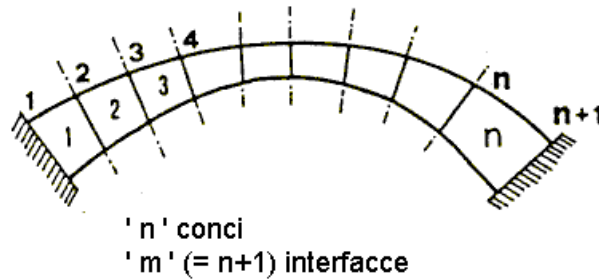


Fig. 15. Discretizzazione dell'arco in conci (=elementi finiti).

I conci costituiscono gli 'elementi finiti' del modello; l'interfaccia consente la trasmissione degli sforzi da un concio a quello adiacente. Si può fare riferimento ai conci reali, separati da interfacce costituite dai giunti di malta; ma più in generale facciamo riferimento ad una suddivisione matematica dell'arco non necessariamente coincidente con i conci reali (i metodi numerici garantiranno comunque la validità del calcolo): questo permette di usare un numero di elementi finiti non eccessivo anche per archi di grandi dimensioni.

Il problema statico è retto dalla seguente formulazione:

$$(1) \quad AN + BM + CT = F$$

(dove A, B, C sono le matrici di configurazione geometrica relative rispettivamente ai vettori incogniti N, M e T, e F è il vettore dei carichi assegnati)

sotto le condizioni:

$$(2) \quad N_i \leq 0$$

e

$$(3) \quad \begin{aligned} N_i h_i - M_i &\geq 0 \\ N_i h_i + M_i &\geq 0 \end{aligned}$$

dove  $2h_i$  è l'altezza del concio i-esimo.

Le incognite sono le  $3m = 3(n+1) = 3n+3$  caratteristiche di sollecitazione agenti nelle interfacce, mentre le equazioni (1) sono pari al numero dei conci:  $3n$ .

Il sistema lineare (1) presenta quindi un numero di equazioni insufficienti: ciò è ovvio, dato il grado di indeterminazione del problema, pari a 3 incognite iperstatiche.

Le disequazioni (2) traducono la circostanza che l'interfaccia può trasmettere solo forza normale di compressione, mentre le (3) traducono il fatto che il poligono funicolare deve essere contenuto entro la sagoma dell'arco (fig. 10).

Le infinite soluzioni del sistema (1) possono quindi essere ridotte dalle condizioni (2) e (3).



Può anche accadere che non esista una soluzione che soddisfa contemporaneamente le equazioni e le disequazioni: in tal caso, la struttura non può essere in equilibrio sotto l'assegnata condizione di carico, ossia non esiste un poligono funicolare interno alla sagoma dell'arco in equilibrio con i carichi esterni: l'arco è instabile. Per la soluzione del problema, possono essere utilizzate tecniche di programmazione quadratica. Si preferisce tuttavia usare un metodo alternativo, meno dispendioso in termini computazionali, e più direttamente collegato al problema fisico.

Prima di illustrare il procedimento numerico, si reimposta il problema in maniera più vantaggiosa, ridefinendo il vincolo di connessione fra le facce di due conci generici attraverso tre bielle ideali delle quali una tangente e le altre due con direzione ortogonale all'interfaccia rispettivamente nei punti di intradosso e di estradosso (fig. 16).

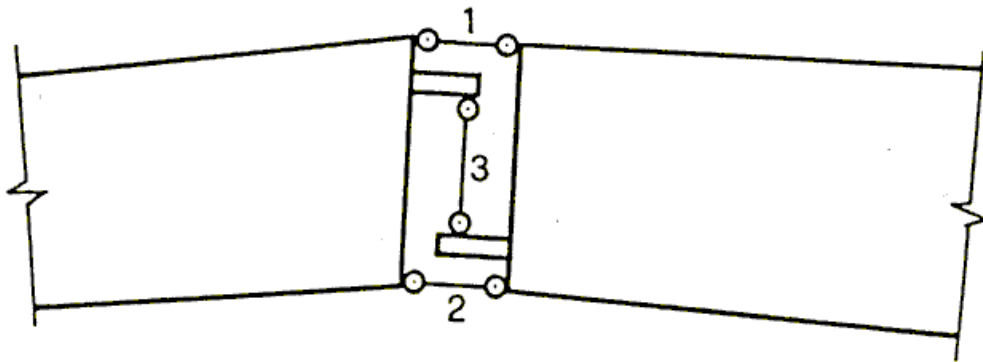


Fig. 16.

In tal modo, l'arco risulta costituito da blocchi rigidi connessi da tre bielle ideali delle quali due, quelle ortogonali all'interfaccia, a comportamento unilatero, cioè in grado di trasmettere solo sforzi di compressione (comportamento rigido-fessurante). A tale proposito occorre ricordare che sarebbe anche possibile utilizzare un dispositivo di interfaccia costituito da un numero maggiore di bielle, e magari concentrare in esse l'elasticità della struttura - rappresentativa delle caratteristiche del giunto di malta- adottando il comportamento elastico-fessurante: a tale proposito vanno riferiti i futuri sviluppi del software indicati al par. A.1.).

Indicando con:

$X_{1i}$  = sforzo nell'interfaccia 'i' nella biella di estradosso;

$X_{2i}$  = sforzo nella biella di intradosso;

$X_{3i}$  = sforzo nella biella tangente,

ed isolando il concio i-esimo (fig. 17):

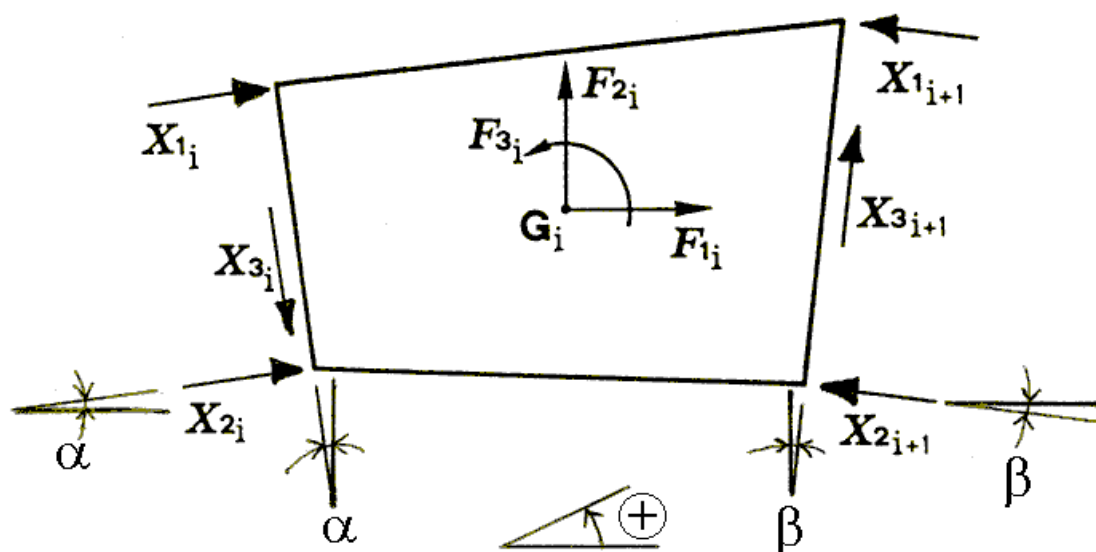


Fig. 17. Azioni sul concio i-esimo.

le tre equazioni di equilibrio del concio i-esimo (interessato dalle interfacce i e i+1) divengono:

$$(4) \quad X_{1,i} \cos\alpha + X_{2,i} \cos\alpha + X_{3,i} \sin\alpha - X_{1,i+1} \cos\beta - X_{2,i+1} \cos\beta - X_{3,i+1} \sin\beta + F_{1,i} = 0$$

$$X_{1,i} \sin\alpha + X_{2,i} \sin\alpha - X_{3,i} \cos\alpha - X_{1,i+1} \sin\beta - X_{2,i+1} \sin\beta + X_{3,i+1} \cos\beta + F_{2,i} = 0$$

$$-X_{1,i} d_{1,i} + X_{2,i} d_{2,i} + X_{3,i} d_{3,i} + X_{1,i+1} d_{1,i+1} - X_{2,i+1} d_{2,i+1} + X_{3,i+1} d_{3,i+1} + F_{3,i} = 0$$

dove:

$X_i$  = azioni interne incognite (sforzi nelle bielle), pari a  $3m$  (3 bielle per ognuna delle 'm' interfacce);  
 si assume come positivo il verso indicato in figura 17 (per le bielle 1 e 2 (fig. 16):  $X > 0$  se di compressione; per la biella 3 (fig. 16):  $X > 0$  se corrisponde ad un abbassamento del semiarco di sinistra rispetto a quello di destra (convenzione opposta a quanto usualmente adottato per lo sforzo di taglio);

$F_{1,i}$ ,  $F_{2,i}$ ,  $F_{3,i}$  = carichi esterni agenti sul concio (termini noti);

$d_{j,i}$  = distanza della direzione j (asse della biella) dal baricentro  $G_i$  del concio.

Il sistema lineare (4) può essere riscritto nella forma:

$$(5) \quad A X + F = 0$$

dove:

$$(6) \quad A = \begin{vmatrix} \cos\alpha & \cos\alpha & \sin\alpha & -\cos\beta & -\cos\beta & -\sin\beta \\ \sin\alpha & \sin\alpha & -\cos\alpha & -\sin\beta & -\sin\beta & \cos\beta \\ -d_{1,i} & d_{2,i} & d_{3,i} & d_{1,i+1} & -d_{2,i+1} & d_{3,i+1} \end{vmatrix} \in \mathbf{R}^{3 \times 6}$$

$$X = \begin{vmatrix} X_{1,i} \\ X_{2,i} \\ X_{3,i} \\ X_{1,i+1} \\ X_{2,i+1} \\ X_{3,i+1} \end{vmatrix} \in \mathbf{R}^{6 \times 1} (\mathbf{R}^6)$$

$$F = \begin{bmatrix} F_{1,i} \\ F_{2,i} \\ F_{3,i} \end{bmatrix} \in \mathbf{R}^{3 \times 1} (\mathbf{R}^3)$$

essendo:

A = matrice di assetto (o di configurazione geometrica, detta anche: matrice di equilibrio);

X = vettore incognito degli sforzi nelle bielle;

F = vettore dei termini noti (carichi assegnati);

$\mathbf{R}^{n \times m}$  è l'insieme delle matrici reali aventi n righe e m colonne.

Le espressioni matriciali (6) si riferiscono al concio i-esimo. Il sistema completo della struttura globale (l'arco costituito da tutti i conci) viene costruito per assemblaggio dei singoli conci, cioè dei gruppi di 3 equazioni.

Eseguito l'assemblaggio, risulta:  $A \in \mathbf{R}^{3n \times 3m}$ ,  $X \in \mathbf{R}^{3m \times 1} (\mathbf{R}^{3m})$ ,  $F \in \mathbf{R}^{3n \times 1} (\mathbf{R}^{3n})$ .

La (5) può anche essere scritta nella forma:

$$(7) \quad AX = F$$

adottando per i termini noti la convenzione sui segni opposta rispetto a quella di fig. 17 (in modo, dunque, che il carico verticale  $F_{2,i}$  sia positivo se rivolto verso il basso, come ad esempio il peso proprio).

Poniamo, per semplicità:

$$3n \rightarrow n$$

$$3m \rightarrow m$$

e quindi:

$$A \in \mathbf{R}^{n \times m}, X \in \mathbf{R}^m, F \in \mathbf{R}^n.$$

Il sistema lineare è perciò 'rettangolare', cioè costituito da 'n' equazioni in 'm' incognite con  $n < m$  (per l'esattezza:  $n = m-3$ ).

Il rango di A vale 'n', cioè le righe del sistema sono linearmente indipendenti tra loro ( $\det A \neq 0$ ).

Se i vincoli fossero tutti bilateri, cioè le bielle 1 e 2 (fig. 16) fossero in grado di trasmettere sforzi di trazione e di compressione, il sistema presenterebbe  $\infty^{m-n}$  ( $=\infty^3$ ) soluzioni tutte equilibrate (azioni interne in equilibrio con i carichi esterni).

Ma l'unilateralità dei vincoli (le bielle 1 e 2 possono reagire solo a compressione) impone la ricerca dell'insieme di soluzioni che soddisfano le equazioni di equilibrio (7) nel rispetto delle condizioni di segno:

$$(8) \quad X_{1,i} \geq 0, X_{2,i} \geq 0$$

Nel paragrafo A.3.3.2.1. recheremo anzitutto l'espressione generale delle  $\infty^{m-n}$  soluzioni del sistema rettangolare avente un numero di equazioni inferiore al numero delle incognite; in seguito, nel paragrafo A.3.3.2.2. introdurremo le condizioni di segno per identificare le soluzioni realmente accettabili (cioè aventi significato fisico) per il problema in esame.

### A.3.3.2. METODO DELL'INVERSA GENERALIZZATA

#### A.3.3.2.1. RISOLUZIONE DEL SISTEMA RETTANGOLARE

Dato un sistema lineare di  $n$  equazioni tra loro indipendenti in  $n$  incognite:

$$(9) \quad AX = F, A \in \mathbf{R}^{n \times n}$$

con  $\det A \neq 0$  (equazioni linearmente indipendenti), la soluzione può essere espressa nella forma:

$$(10) \quad X = A^{-1} B$$

dove  $A^{-1} \in \mathbf{R}^{n \times n}$  è una matrice univocamente definita, detta matrice 'inversa' di  $A$ , tale che:

$$(11) \quad A^{-1} A = I$$

e quindi:

$$(12) \quad A A^{-1} A = A I = A$$

$$(13) \quad A^{-1} A A^{-1} = I A^{-1} = A^{-1}$$

essendo  $I$  la matrice identità di ordine  $n$ .

Dato un sistema rettangolare di  $n$  equazioni in  $m$  incognite ( $n < m$ ):

$$(14) \quad AX = F, A \in \mathbf{R}^{n \times m}$$

ci proponiamo di esprimerne l'insieme delle soluzioni.

Poiché non è possibile definire una matrice inversa  $A^{-1}$ , definiamo "inversa generalizzata" di  $A$  una matrice  $A^g \in \mathbf{R}^{m \times n}$  tale che:

$$(15) \quad A A^g A = A$$

(si noti l'analogia fra la (15) e la (12)). In generale,  $A^g$  non è unica.

Talvolta si richiede all'inversa generalizzata di soddisfare l'ulteriore condizione:

$$(16) \quad A^g A A^g = A^g$$

(si noti l'analogia fra la (16) e la (13)). Neppure la (16) garantisce l'unicità di  $A^g$ .

Dai teoremi dell'algebra lineare, tutte le soluzioni del sistema non omogeneo (14) sono espresse dalla somma di una soluzione particolare del sistema non omogeneo con l'insieme di tutte le soluzioni del sistema omogeneo associato (il sistema omogeneo è:  $A X = 0$ ):

$$(17) \quad X = X_0 + X_N$$

L'espressione di  $X_N$  è facilmente determinabile utilizzando la definizione (15) dell'inversa generalizzata.

Se  $A^g$  è un'inversa generalizzata di  $A$ , allora il 'nucleo di  $A$ '  $\mathcal{N}(A)$ , cioè l'insieme dei vettori  $X$  tali che:  $AX=0$  (insieme delle soluzioni del sistema omogeneo), è esprimibile con la seguente relazione:

$$(18) \quad \mathcal{N}(A) = \{ X \in \mathbf{R}^m : X = (I - A^g A) M, \forall M \in \mathbf{R}^m \}$$

dove  $I$  è la matrice identità di ordine ' $m$ '.

Infatti, posto  $X' = (I - A^g A) M$ , si ha:

$$(19) \quad A \cdot X' = A \cdot (I - A^g A) M = (A I - A A^g A) \cdot M$$

Ma:  $A I = A$ , e:  $A A^g A = A$  per definizione della (15), e quindi:

$$(20) \quad A \cdot X' = (A - A) \cdot M = 0 \cdot M = 0$$

pertanto  $X'$  è tale che:  $A X' = 0$ , come volevasi dimostrare (ricordiamo che i sistemi omogenei contengono sempre la soluzione nulla, ma hanno in generale anche altre soluzioni; per quanto detto, esse sono tutte espresse dalla (18)).

Per quanto riguarda la soluzione particolare del sistema non omogeneo, se l'inversa generalizzata rispetta la condizione (16), questa può avere la seguente espressione:

$$(21) \quad X_0 = A^g F$$

Infatti, affinché  $X_0 = A^g F$  sia una soluzione particolare del sistema non omogeneo (14), occorre che:

$$(22) \quad A \cdot A^g F \equiv F$$

Moltiplicando a sinistra per  $A^g$ , si ha:

$$(23) \quad A^g A \cdot A^g F \equiv A^g F$$

e poiché per ipotesi vale la (16), l'identità è soddisfatta.

In definitiva, possiamo affermare che se  $A^g$  è un'inversa generalizzata di  $A$  soddisfacente le due condizioni (15) e (16), tutte le soluzioni del sistema non omogeneo (14) sono espresse da:

$$(24) \quad X = A^g F + (I - A^g A) M, \quad \forall M \in \mathbf{R}^m$$

Poiché  $A^g$  non è unica, è possibile sceglierla secondo un determinato criterio. Per esempio, sarà possibile riferirsi alla matrice tale da fornire la soluzione di minima norma euclidea.

[ Ricordiamo la definizione di norma euclidea in  $\mathbf{R}^m$ :

$$(25) \quad N_2(X) = \|X\|_2 = (\sum_{j=1, \dots, m} |x_j|^2)^{1/2} = (X^T X)^{1/2}$$

(in algebra matriciale, il simbolo  $^T$  indica la trasposizione, ossia la matrice ottenuta dallo scambio delle righe con le colonne) ].

Si può dimostrare che la matrice inversa generalizzata  $A^g$  tale da fornire la soluzione di minima norma euclidea, detta "pseudoinversa" di  $A$ , è data da:

$$(26) \quad A^g = A^T (A A^T)^{-1}$$

ed è unica (si osservi che la matrice  $(A A^T) \in \mathbf{R}^{n \times n}$  è invertibile in quanto simmetrica e definita positiva). Come si potrebbe facilmente dimostrare, essa soddisfa le condizioni (15) e (16); fra l'altro, è anche tale che:

$$(27) \quad \begin{aligned} (A A^g)^T &= A A^g, \\ \text{e: } (A^g A)^T &= A^g A \end{aligned}$$

Adottando quindi la matrice pseudoinversa, tutte le soluzioni del sistema (14) assumono la forma:

$$(28) \quad X = A^T (A A^T)^{-1} F + (I - A^T (A A^T)^{-1} A) M, \quad \forall M \in \mathbf{R}^m$$

( $A \in \mathbf{R}^{n \times m}$ ,  $n < m$ ), essendo:

$$X_0 = A^T (A A^T)^{-1} F$$

$$X_N = (I - A^T (A A^T)^{-1} A) M, \quad \forall M \in \mathbf{R}^m$$

Si definisce la matrice C:

$$(29) \quad C = I - A^T (A A^T)^{-1} A, \quad C \in \mathbf{R}^{m \times m}$$

C è la matrice di proiezione ortogonale dallo spazio  $\mathbf{R}^m$  nel nucleo di  $A \mathcal{N}(A)$ : per definizione, infatti, si ha:  $X_N =$

$C M$ . Essa gode di alcune interessanti proprietà; tra le altre:

- ha rango:  $r = (m - n)$  ( $= 3$  nel problema statico esaminato);
- è semidefinita positiva, cioè:  $Y^T C Y \geq 0, \quad \forall Y \in \mathbf{R}^m$ ;
- il suo determinante è nullo:  $\det C = 0$ , cioè si tratta di una matrice singolare.

La (28) assume la forma:

$$(30) \quad X = X_0 + C M, \quad \forall M \in \mathbf{R}^m$$

### A.3.3.2.2. INTRODUZIONE DELLE CONDIZIONI DI SEGNO

Nella (30) è presente l'arbitrarietà del vettore M.

Dato che il sistema rettangolare (7) corrispondente al problema fisico esaminato presenta condizioni di segno, l'arbitrarietà di M può essere utilizzata per soddisfare le disequazioni (8) (si osservi che la soluzione particolare del sistema non omogeneo  $X_0$  è invece indipendente dalle condizioni di segno).

Esplicitando le componenti dei vettori, si ha:

$$(31) \quad \begin{array}{c|c|c|c|c|c|c|c|c|c|c|c} | & X_1 & | & & | & X_{01} & | & & | & c_{11} \dots c_{1j} \dots c_{1m} & | & & | & m_1 & | \\ | & \dots & | & & | & \dots & | & & | & \dots & | & & | & \dots & | \\ | & X_j & | & = & | & X_{0j} & | & + & | & c_{j1} \dots c_{jj} \dots c_{jm} & | & \cdot & | & m_j & | \\ | & \dots & | & & | & \dots & | & & | & \dots & | & & | & \dots & | \\ | & X_m & | & & | & X_{0m} & | & & | & c_{m1} \dots c_{mj} \dots c_{mm} & | & & | & m_m & | \end{array}$$

La soluzione del problema statico di stabilità dell'arco può essere individuata attraverso un procedimento iterativo sul vettore M che conduce alla determinazione, se esiste, del vettore X degli sforzi corrispondente ad una curva delle pressioni compatibile con i carichi esterni (equazioni di equilibrio) e con la forma geometrica dell'arco (condizioni di segno).

Al passo <sup>(1)</sup> iniziale del procedimento iterativo, si assume:  $M^{(0)} = 0$ , cioè:

$$(32) \quad m_i = 0, \quad \forall i (i=1, \dots, m)$$

e quindi:

$$(33) \quad X^{(1)} = X_0$$

Se  $X^{(1)}$  risulta  $\geq 0$  in ogni sua componente, il problema è già risolto: fra tutte le configurazioni di equilibrio ne è stata individuata una compatibile con la sagoma dell'arco. Il teorema statico dell'analisi limite ci permette di affermare che l'arco è stabile. Determinato X, si può tracciare la curva delle pressioni e calcolare le azioni interne e gli scarichi sui piedritti (reazioni d'incastro).

Diversamente, alcune componenti di  $X^{(1)}$  risultano  $< 0$ : esse corrispondono a bielle tese (sforzo inaccettabile), e devono essere “compensate”, con l'iterazione successiva, in modo da giungere ad una soluzione tale che risulti  $X \geq 0$  in ogni sua componente.

Al passo  $(2)$ , ci proponiamo - fra tutte le componenti negative di  $X^{(1)}$  - di compensare la biella più tesa, cioè la componente negativa di  $X_0$  avente massimo valore assoluto: sia essa, per fissare le idee, la componente  $s'$ .

Si procede nel seguente modo:

- si estrae da  $X_0$  il sottovettore di ordine “1”:  $X_0^{(1)}$ , costituito dalla componente  $s'$ ;
- si estrae da  $C$  la sottomatrice  $C^{(1)}$  di dimensioni  $1 \times 1$ , costituita dalla componente  $c_{s's'}$ ;
- si determina il vettore di compensazione, di ordine 1, dato da:

$$(34) \quad M^{(1)} = - C^{(1)-1} X_0^{(1)} ;$$

- si riconfigura il vettore  $M$  attraverso il valore di  $M^{(1)}$ , determinando il nuovo vettore soluzione:

$$(35) \quad X^{(2)} = X_0 + C M^{(1)} ;$$

al passo  $(2)$  l'unica componente di  $M^{(1)}$  diversa da zero corrisponde alla componente  $s'$  di compensazione.

Per comprendere meglio il procedimento, visualizziamolo più esplicitamente. Nella forma (31) evidenziamo la componente  $s'$ :

$$(36) \quad \begin{array}{c|c} X_1 & \\ \dots & \\ X_{s'} & \\ \dots & \\ X_m & \end{array} = \begin{array}{c|c} X_{01} & \\ \dots & \\ \mathbf{X_{0s'}} & \\ \dots & \\ X_{0m} & \end{array} + \begin{array}{c|c} c_{11} \dots c_{1s'} \dots c_{1m} & \\ \dots \dots \dots & \\ c_{s'1} \dots \mathbf{c_{s's'}} \dots c_{s'm} & \\ \dots \dots \dots & \\ c_{m1} \dots c_{ms'} \dots c_{mm} & \end{array} \cdot \begin{array}{c|c} m_1 & \\ \dots & \\ \mathbf{m_{s'}} & \\ \dots & \\ m_m & \end{array}$$

$x_{0s'} < 0$ , è la più grande in valore assoluto fra tutte le componenti negative di  $X_0$ .

Secondo la (34), si pone:

$$(37) \quad m_{s'} = - 1 / c_{s's'} \cdot x_{0s'}$$

Sviluppando l'equazione della riga  $s'$  della (36), si ha:

$$(38) \quad x_{s'} = x_{0s'} + \sum_{j=1, \dots, m} (c_{s'j} \cdot m_j)$$

Nella (38), tutte le  $m_j$  al passo  $(1)$  sono nulle eccetto  $m_{s'}$ , il cui valore è fornito dalla (37). Pertanto:

$$(39) \quad x_{s'} = x_{0s'} + c_{s's'} \cdot m_{s'} = x_{0s'} + c_{s's'} \cdot (- 1 / c_{s's'} \cdot x_{0s'}) = 0$$

ossia si ottiene l'annullamento della componente  $s'$  del vettore soluzione  $X$ ; in altre parole, è stato compensato lo sforzo negativo inaccettabile annullandolo.

Tornando alla (35), a questo punto se  $X^{(2)}$  denuncia ancora componenti negative, occorre aumentare di 1 l'ordine del sottovettore, che quindi diventa 2 al passo  $(3)$ , e ripetere il procedimento che stavolta interesserà la componente  $s'$  individuata al passo precedente e la componente  $s''$  scelta ancora come la più negativa fra tutte quelle  $< 0$ .

Esplicitando quindi l'iterazione:

- si estrae da  $X_0$  il sottovettore di ordine “2”:  $X_0^{(2)}$ , costituito dalle componenti  $s'$  e  $s''$ ;
- si estrae da  $C$  la sottomatrice  $C^{(2)}$  di dimensioni  $2 \times 2$ , costituita dalle componenti  $c_{s's'}$  e  $c_{s''s'}$ ;
- si determina il vettore di compensazione, di ordine 2, dato da:

$$(40) \quad M^{(2)} = -C^{(2)-1} X_0^{(2)} ;$$

- si riconfigura il vettore M attraverso il valore di  $M^{(2)}$ , determinando il nuovo vettore soluzione:

$$(41) \quad X^{(3)} = X_0 + C M^{(2)} .$$

In generale, al passo i-esimo:

$$(42) \quad X^{(i)} = X_0 + C M^{(i-1)}$$

e le uniche componenti di  $M^{(i-1)}$  diverse da zero corrispondono alle componenti  $s', s'', \dots, s^{(i-1)}$  di compensazione. La soluzione al passo  $^{(i)}$  è quindi ottenuta attraverso la compensazione di  $(i-1)$  componenti.

Il procedimento è rapido, perché consente un numero di passi preciso: essi al massimo possono essere 4 (passo iniziale + 3 iterazioni). Al passo  $^{(4)}$ , infatti, le componenti compensate sono 3, e corrispondono all'annullamento di tre sforzi normali in tre bielle.

Poiché l'annullamento dello sforzo in una biella corrisponde alla formazione di una cerniera all'intradosso o all'estradosso (a seconda, rispettivamente, che si tratti di  $X_{2,i}$  o  $X_{1,i}$ , vedi fig. 17), il numero delle cerniere non può essere maggiore di 3 perché l'arco si trasformerebbe in una struttura labile.

Generalizzando il metodo alla soluzione di strutture generiche a vincoli unilaterali, ciò significa che il numero delle iterazioni non può superare il grado di iperstaticità della struttura.

Nel caso dell'arco, dunque, dopo il passo  $^{(1)}$  iniziale con la soluzione  $X_0$  di primo tentativo, possono esserci al massimo 3 iterazioni. Se il procedimento è convergente, ossia ha termine all'iterazione  $k$  ( $1 \leq k \leq 3$ ), la curva delle pressioni (ottenuta attraverso il vettore soluzione degli sforzi nelle bielle) sarà tangente, in  $k$  interfacce, all'intradosso o all'estradosso, denunciando la formazione di  $k$  cerniere.

Se invece il procedimento non converge, ossia, eseguita la terza iterazione, continua a manifestarsi almeno un valore negativo tra gli sforzi nelle bielle, l'arco è instabile: non esiste quindi alcun poligono funicolare compatibile con i carichi applicati e con la sagoma dell'arco.

Nel paragrafo A.3.3.3. viene ampiamente sviluppato un esempio di calcolo.



## A.3.3.3. ESEMPIO DI CALCOLO

Il procedimento descritto è particolarmente idoneo per l'implementazione su computer; con il software apposito anche i casi più complessi possono essere completamente risolti in modo rapido. Risulta invece essere quasi proibitivo per uno svolgimento 'manuale'. Poniamo tuttavia l'attenzione su un esempio di calcolo sufficientemente semplice (ma, come vedremo, già numericamente complesso) da poter essere 'seguito' manualmente, in modo da comprendere l'applicazione del metodo e dell'algoritmo di calcolo.

Sia dato l'arco a tutto sesto di fig. 18. Esso costituisce la sezione trasversale di una volta a botte ad ampio sviluppo; facciamo quindi riferimento ad una profondità di 1.00 m.

Oltre al peso proprio, l'arco sostiene una sovrastruttura e sull'orizzontamento è applicato un carico distribuito, di cui consideriamo la parte permanente e quella accidentale.

Lo spessore dell'arco è di 50 cm.

Per semplicità di calcolo, si adotta una suddivisione in soli 4 conci: la metodologia numerica adottata è molto stabile, ed anche con un numero ridotto di conci riesce a cogliere la soluzione del problema statico. L'analisi fornirà l'informazione fondamentale sulla stabilità dell'arco, nonché le azioni interne in corrispondenza delle interfacce e conseguentemente la curva delle pressioni.

Ovviamente, se adottassimo un numero di conci coincidente con quelli reali, i risultati delle interfacce fornirebbero le sollecitazioni sui reali giunti; utilizzando il software, non ci sono particolari problemi ad effettuare schematizzazioni con numeri anche elevati di conci.

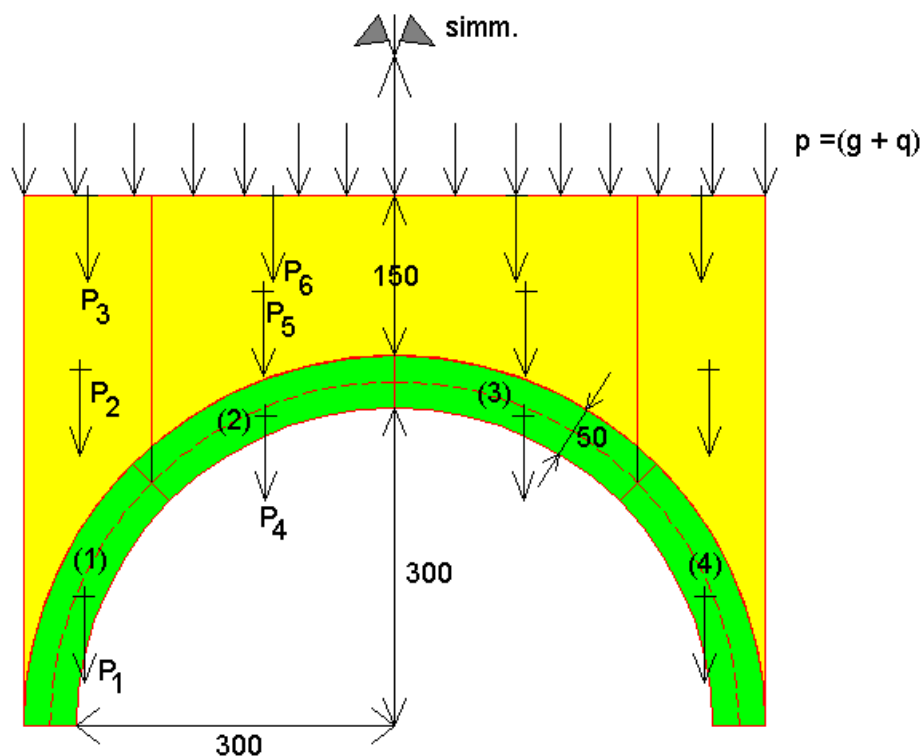


Fig. 18. Arco a tutto sesto dell'esempio di calcolo.

Il peso specifico della muratura dell'arco è pari a 2000 kg/mc. Il peso specifico del riempimento è di 1100 kg/mc. Il carico di solaio è pari a:  $g$  (perm.)=150 kg/mq,  $q$  (acc.)=400 kg/mq.

Essendo la struttura simmetrica caricata simmetricamente, i conci (3) e (4) sono caratterizzati dagli stessi parametri dei conci (1) e (2).

Per ricavare facilmente aree e baricentri, l'arco è stato disegnato in CAD. Ne risultano i seguenti valori.

#### Concio 1:

Aree di carico x 1.00 m. di profondità:

A1 = 1.2763 mc

A2 = 3.8090 mc

A3 = 1.2019 mq

Carichi agenti:

P1 (peso proprio concio) = 2553 kg

P2 (riempimento) = 4190 kg

P3 (solaio) = 661 kg

Posizione dei baricentri (l'origine è assunta nel centro del cerchio d'arco, l'asse X è positivo verso destra e l'asse Y è positivo verso il basso):

G1 = (-2.9318, 1.2144)

G2 = (-2.9639, 3.3565)

G3 = (-2.8990, 5.000)

Concio 2:

Aree di carico x 1.00 m. di profondità:

A1 = 1.2763 mc

A2 = 4.0698 mc

A3 = 2.2981 mq

Carichi agenti:

P1 (peso proprio concio) = 2553 kg

P2 (riempimento) = 4477 kg

P3 (solaio) = 1264 kg

Posizione dei baricentri:

G1 = (-1.2144, 2.9318)

G2 = (-1.2393, 4.0968)

G3 = (-1.1490, 5.000)

Componendo per ogni concio le forze agenti, si ha (P = forza verticale diretta verso il basso, positiva; Mp = momento prodotto dall'eccentricità di P rispetto al baricentro del concio, positivo se orario):

Concio 1: P = 7404 kg, Mp = -113 kgm

Concio 2: P = 8294 kg, Mp = -29 kgm

E' ora possibile costruire la matrice di equilibrio A.

		COLONNE INTERFACCIA 1			INTERF. 2			INTERF. 3			INTERF. 4			INTERF. 5			
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	
CONCRO 1	1	$\cos\alpha$	$\cos\alpha$	$\sin\alpha$	$-\cos\beta$	$-\cos\beta$	$-\sin\beta$										CONCRO 1: $\alpha = 90^\circ$ $\beta = 45^\circ$
	2	$\sin\alpha$	$\sin\alpha$	$-\cos\alpha$	$-\sin\beta$	$-\sin\beta$	$\cos\beta$										
	3	$-d_{11}$	$d_{21}$	$d_1$	$d_{11+1}$	$-d_{21+1}$	$d_{1+1}$										
CONCRO 2	4				$1/\sqrt{2}$	$1/\sqrt{2}$	$1/\sqrt{2}$	-1	-1	0							CONCRO 2: $\alpha = 45^\circ$ $\beta = 0^\circ$
	5				$1/\sqrt{2}$	$1/\sqrt{2}$	$-1/\sqrt{2}$	0	0	1							
	6				-0.5682	-0.0682	1.2144	0.5682	0.0682	1.2144							
CONCRO 3	7							1	1	0	$-1/\sqrt{2}$	$-1/\sqrt{2}$	$1/\sqrt{2}$				CONCRO 3: $\alpha = 0^\circ$ $\beta = -45^\circ$
	8							0	0	-1	$1/\sqrt{2}$	$1/\sqrt{2}$	$1/\sqrt{2}$				
	9							-0.5682	-0.0682	1.2144	0.5682	0.0682	1.2144				
CONCRO 4	10		$1/\sqrt{2} = 0.707$								$1/\sqrt{2}$	$1/\sqrt{2}$	$-1/\sqrt{2}$	0	0	1	CONCRO 4: $\alpha = -45^\circ$ $\beta = -90^\circ$
	11										$-1/\sqrt{2}$	$-1/\sqrt{2}$	$-1/\sqrt{2}$	1	1	0	
	12										-0.5682	-0.0682	1.2144	0.5682	0.0682	1.2144	

Fig. 19. Matrice di equilibrio A.

Il problema statico è retto dall'equazione:  $AX = F$ , ossia:

$$A \cdot \{ X_{11} \ X_{21} \ X_{31} \ X_{12} \ X_{22} \ X_{32} \ X_{13} \ X_{23} \ X_{33} \ X_{14} \ X_{24} \ X_{34} \}^T = \\ = \{ 0 \ 7404 \ -113 \ 0 \ 8294 \ -29 \ 0 \ 8294 \ 29 \ 0 \ 7404 \ 113 \}^T$$

dove  $A \in \mathbf{R}^{n \times m} = \mathbf{R}^{12 \times 15}$

I passi da seguire sono:

- costruzione di  $A^T$ , matrice  $m \times n = 15 \times 12$
- costruzione di  $(A A^T)$ , matrice  $n \times n = 12 \times 12$ , simmetrica e definita positiva
- inversione di  $(A A^T)$ : ossia, calcolo di  $(A A^T)^{-1}$  (matrice  $n \times n$ )
- calcolo di:  $B = A^T (A A^T)^{-1}$  (matrice  $m \times n$ )
- calcolo di:  $X_0 = B F$ , soluzione di primo tentativo
- se  $X_0$  è caratterizzato da  $X_{i,1} \geq 0$  e  $X_{i,2} \geq 0$  per tutte le componenti, allora l'arco è stabile; altrimenti, si deve innescare il procedimento iterativo.

Questi passi sono riportati a pagina seguente.

### A.3. Stabilità degli Archi: l'Analisi Limite

Matrice  $A^T = A$  trasposta

0	1	-0.5682	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	1	-0.0682	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	1.2144	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
-0.707	-0.707	0.5682	0.707	0.707	-0.5682	0	0	0	0	0	0	0
-0.707	-0.707	0.0682	0.707	0.707	-0.0682	0	0	0	0	0	0	0
-0.707	0.707	1.2144	0.707	-0.707	1.2144	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	-1	0	0.5682	1	0	-0.5682	0	0	0	0
0	0	0	-1	0	<b>0.0682</b>	<b>1</b>	0	<b>-0.0682</b>	0	0	0	0
0	0	0	0	1	1.2144	0	-1	1.2144	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	-0.707	0.707	0.5682	0.707	-0.707	-0.5682	0
0	0	0	0	0	0	-0.707	0.707	0.0682	0.707	-0.707	-0.0682	0
0	0	0	0	0	0	0.707	0.707	1.2144	-0.707	-0.707	1.2144	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0.5682	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0.0682	0
0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1.2144	0

(in grassetto, l'ottava colonna di A, o ottava riga di  $A^T$ )

Matrice  $(A \cdot A^T)$

2.4995	0.4998	-0.0941	-1.4995	-0.4998	-0.4086	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
0.4998	3.4995	-0.2278	-0.4998	-1.4995	1.3085	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
-0.0941	-0.2278	3.6045	1.3085	-0.4086	1.1473	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
-1.4995	-0.4998	1.3085	3.4995	0.4998	-0.2278	-2.0000	0.0000	0.6364	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
-0.4998	-1.4995	-0.4086	0.4998	2.4995	-0.0941	0.0000	-1.0000	1.2144	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
-0.4086	1.3085	1.1473	-0.2278	-0.0941	3.6045	0.6364	-1.2144	1.1473	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
0.0000	0.0000	0.0000	-2.0000	0.0000	0.6364	3.4995	-0.4998	-0.2278	-1.4995	0.4998	1.3085	0.0000
0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	-1.0000	-1.2144	-0.4998	2.4995	0.0941	0.4998	-1.4995	0.4086	0.0000
0.0000	0.0000	0.0000	0.6364	1.2144	1.1473	-0.2278	0.0941	3.6045	-0.4086	-1.3085	1.1473	0.0000
0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	-1.4995	0.4998	-0.4086	2.4995	-0.4998	-0.0941	0.0000
0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.4998	-1.4995	-1.3085	-0.4998	3.4995	0.2278	0.0000
0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	1.3085	0.4086	1.1473	-0.0941	0.2278	3.6045	0.0000

Matrice inversa:  $(A \cdot A^T)^{-1}$

3.0169	-0.5242	-1.8403	4.1265	-0.3625	1.0899	3.7027	1.2065	0.1009	2.0229	0.4115	-1.4862	0.2947
-0.5242	0.6343	0.4758	-0.7704	0.5194	-0.3483	-0.6761	-0.1034	-0.1364	-0.4115	-0.0767	0.2947	1.0851
-1.8403	0.4758	1.6542	-2.9598	0.5139	-0.8232	-2.6637	-0.7781	-0.1574	-1.4862	-0.2947	1.0851	-2.6637
4.1265	-0.7704	-2.9598	6.8547	-1.1657	1.2515	6.4340	1.5040	0.6645	3.7027	0.6761	-2.6637	0.7781
-0.3625	0.5194	0.5139	-1.1657	1.7657	0.4171	-1.5040	0.7001	-1.0571	-1.2065	-0.1034	0.7781	-0.1574
1.0899	-0.3483	-0.8232	1.2515	0.4171	1.3279	0.6645	1.0571	-0.6587	0.1009	0.1364	-0.1574	0.6761
3.7027	-0.6761	-2.6637	6.4340	-1.5040	0.6645	6.8547	1.1657	1.2515	4.1265	0.7704	-2.9598	0.5139
1.2065	-0.1034	-0.7781	1.5040	0.7001	1.0571	1.1657	1.7657	-0.4171	0.3625	0.5194	-0.5139	0.6761
0.1009	-0.1364	-0.1574	0.6645	-1.0571	-0.6587	1.2515	-0.4171	1.3279	1.0899	0.3483	-0.8232	0.5139
2.0229	-0.4115	-1.4862	3.7027	-1.2065	0.1009	4.1265	0.3625	1.0899	3.0169	0.5242	-1.8403	0.4758
0.4115	-0.0767	-0.2947	0.6761	-0.1034	0.1364	0.7704	0.5194	0.3483	0.5242	0.6343	-0.4758	1.6542
-1.4862	0.2947	1.0851	-2.6637	0.7781	-0.1574	-2.9598	-0.5139	-0.8232	-1.8403	-0.4758	1.6542	0.2947

Matrice:  $B = A^T \cdot (A \cdot A^T)^{-1}$

0.5215	0.3640	-0.4641	0.9114	0.2273	0.1195	0.8374	0.3387	-0.0470	0.4330	0.0907	-0.3219	0.2207
-0.3987	0.6019	0.3630	-0.5685	0.4843	-0.2921	-0.4945	-0.0503	-0.1257	-0.3101	-0.0566	0.2207	-0.1685
0.7820	0.0536	0.1685	0.5321	0.2616	0.0902	0.4679	0.2616	-0.0902	0.2180	0.0536	-0.1685	0.2153
-0.7662	0.2129	0.6432	-0.7434	0.3683	-0.5669	-0.5453	-0.2643	0.0323	-0.2762	-0.0768	0.2153	-0.4060
0.6989	-0.1991	-0.5955	1.3622	0.3199	0.5086	1.1188	0.6532	-0.2183	0.5173	0.1388	-0.4060	0.0621
-0.2411	0.0621	0.1907	0.1338	-0.3183	0.1859	0.0884	-0.0189	0.0583	0.0673	0.0138	-0.0476	0.0822
0.1382	-0.0262	-0.0822	-0.0872	0.4993	0.5418	0.0872	0.4993	-0.5418	-0.1382	-0.0262	0.0822	-0.2507
<b>-0.3563</b>	<b>0.0798</b>	<b>0.2507</b>	<b>-0.3807</b>	<b>-0.2378</b>	<b>-0.4515</b>	<b>0.3807</b>	<b>-0.2378</b>	<b>0.4515</b>	<b>0.3563</b>	<b>0.0798</b>	<b>-0.2507</b>	0.1012
-0.1228	0.0341	0.1012	-0.3429	0.2883	0.1727	-0.3429	-0.2883	0.1727	-0.1228	-0.0341	0.1012	-0.6432
0.2762	-0.0768	-0.2153	0.5453	-0.2643	-0.0323	0.7434	0.3683	0.5669	0.7662	0.2129	-0.6432	0.5955
-0.5173	0.1388	0.4060	-1.1188	0.6532	0.2183	-1.3622	0.3199	-0.5086	-0.6989	-0.1991	0.5955	0.1907
0.0673	-0.0138	-0.0476	0.0884	0.0189	0.0583	0.1338	0.3183	0.1859	-0.2411	-0.0621	0.1907	0.4641
-0.4330	0.0907	0.3219	-0.8374	0.3387	0.0470	-0.9114	0.2273	-0.1195	-0.5215	0.3640	0.4641	0.2207
0.3101	-0.0566	-0.2207	0.4945	-0.0504	0.1257	0.5685	0.4843	0.2921	0.3987	0.6019	-0.3630	0.1685
0.2180	-0.0536	-0.1685	0.4679	-0.2616	-0.0902	0.5321	-0.2616	0.0902	0.7820	-0.0536	0.1685	0.2207

(in grassetto, l'ottava riga di B)

$X_0 = B \cdot F$ : soluzione di tentativo

(i1 = interfaccia 1; i2 = interfaccia 2, ecc.; x1 = sforzo nella biella 1, x2 = nella 2, x3 = nella 3)

8072.8020	i1,x1
7625.1980	i1,x2
5089.5460	i1,x3

1839.7200	i2,x1
7625.3060	i2,x2
-2266.2330	i2,x3

7882.7570	i3,x1
<b>-2793.2120</b>	<b>i3,x2 : sforzo normale di trazione all'intradosso in chiave</b>
-0.0009	i3,x3

1839.7150	i4,x1
7625.3120	i4,x2
2266.2320	i4,x3

8072.8060	i5,x1
7625.1940	i5,x2
-5089.5470	i5,x2

La componente 8 di  $X_0$  risulta negativa, e pari a -2793.2120.

Facendo riferimento alle espressioni (36), (37), si ha:

$m_8 = -1 / c_{88} \cdot x_{08}$ , dove:

$$c_{88} = i_{88} - \sum_{j=1, \dots, n} b_{8j} \cdot \sum_{i=1, \dots, n} a_{i8} \quad (8^a \text{ riga di } B \times 8^a \text{ colonna di } A) = \\ = 1 - 0.6998 = 0.3002$$

e quindi:

$$m_8 = -1 / 0.3002 \cdot (-2793.2120) = 9304.98$$

$X = X_0 + C M$ , ossia:

$$x_1 = x_{01} + c_{18} \cdot m_8 \quad (\text{tutte le altre } m_j \text{ sono nulle})$$

Si ha:

$$c_{18} = i_{18} - \sum_{j=1, \dots, n} b_{1j} \cdot \sum_{i=1, \dots, n} a_{i8} = 0 - (-0.0626) = 0.0626$$

e quindi:

$$x_1 = 8072.8020 + 0.0626 \cdot 9304.98 = 8655.7$$

e analogamente si calcolano tutte le altre componenti di  $X$ . In particolare, risulterà annullata  $x_8$ : ciò significa che all'intradosso in chiave si ha la formazione di una cerniera.

Il procedimento è convergente. L'arco è stabile: il sistema è in equilibrio sotto i carichi applicati, e conserva due gradi di iperstaticità.

#### A.3.4. CONFRONTO CON IL METODO DEL MÉRY

Fra i metodi disponibili per la risoluzione grafica della statica dell'arco, ancor oggi molto utilizzato è il metodo del Méry. Sull'argomento, un'ampia trattazione con esempi di applicazione si trova in [9].

Per ipotesi, questo metodo è applicabile solo a strutture simmetriche caricate simmetricamente: già questa notevole limitazione giustifica l'interesse verso nuove metodologie, come quella dell'analisi limite precedentemente illustrata, in grado di analizzare strutture generiche.

Ma le critiche al metodo del Méry riguardano in realtà la sua stessa impostazione.

La teoria del Méry prevede che la curva delle pressioni sia contenuta entro il terzo medio dell'arco, passando per il suo estremo superiore alla chiave e per il suo estremo inferiore al giunto di rottura. Essa è quindi una curva limite, corrispondente allo stato in cui l'arco è sul punto di aprirsi nelle sezioni critiche per l'insorgere degli sforzi di trazione tali da superare l'aderenza della malta (fig. 20).

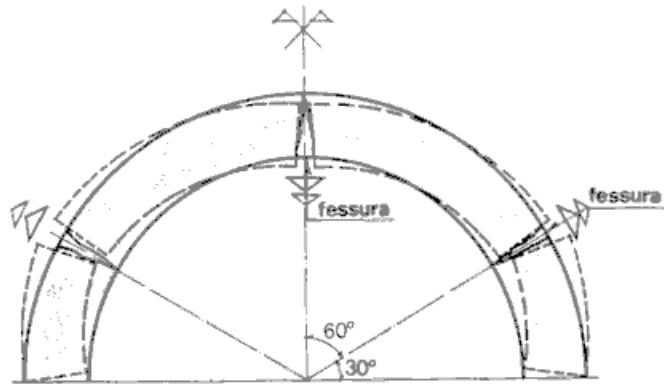


Fig. 20. Lesioni per un arco a tutto sesto.

Questo metodo solo superficialmente assomiglia al metodo dell'analisi limite: costringendo la curva delle pressioni nella striscia del terzo medio, appare oltretutto a favore di sicurezza.

Ma in realtà il metodo del Méry ipotizza per lo stato tensionale un diagramma triangolare, presupponendo la formazione della cerniera perché la tensione normale al bordo sta per entrare in trazione (fig. 21). Questa è una illecita unione di formule di verifica tratte dalla teoria classica dell'elasticità e di caratteristiche di sollecitazione interna che, essendo legate a una curva a rottura, con tale teoria nulla hanno a che fare [7].

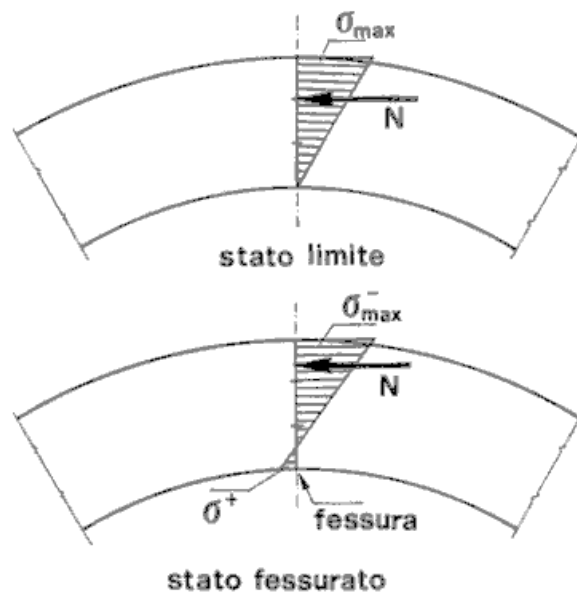


Fig. 21. Tensioni in chiave per l'arco a tutto sesto.

Se tuttavia vogliamo rivedere la teoria del Méry nell'ambito della metodologia a rottura, essa può essere considerata corrispondente a un coefficiente di sicurezza  $\eta = 3$ . Infatti, l'arco è sul punto di collassare e quindi la sua stabilità non consente una riduzione del suo spessore. La posizione limite della curva delle pressioni, in altre parole, corrisponde ad un 'arco' di spessore pari a  $1/3$  di quello dato.

In questo senso, il metodo del Méry resta incluso nella metodologia a rottura più generale, ma si comprende che non vi è a priori alcuna necessità di imporre un coefficiente di sicurezza pari a 3: l'arco sarà esaminato per quello che è, e sarà la corretta impostazione stessa del calcolo che fornirà l'effettivo coefficiente di sicurezza.

Permane in ogni caso il fatto che il calcolo della tensione è confinato in una pura ipotesi di lavoro: per fissarlo in un risultato univoco occorrerebbe introdurre informazioni sull'elasticità e determinare, come già osservato, l'unica configurazione congruente oltre che equilibrata.

## A.4. STABILITA' DELLE VOLTE

Le volte sono strutture spaziali il cui comportamento può essere studiato mediante scomposizione in archi semplici (strutture monodimensionali). La verifica della volta si riconduce così ad una serie di verifiche degli archi ottenuti dalla scomposizione. Ovviamente, si dovrà valutare la correttezza delle operazioni eseguite soprattutto in relazione delle simmetrie geometriche e di carico.

Nel paragrafo seguente sarà presentato il caso delle volte a crociera.

### A.4.1. VOLTE A CROCIERA

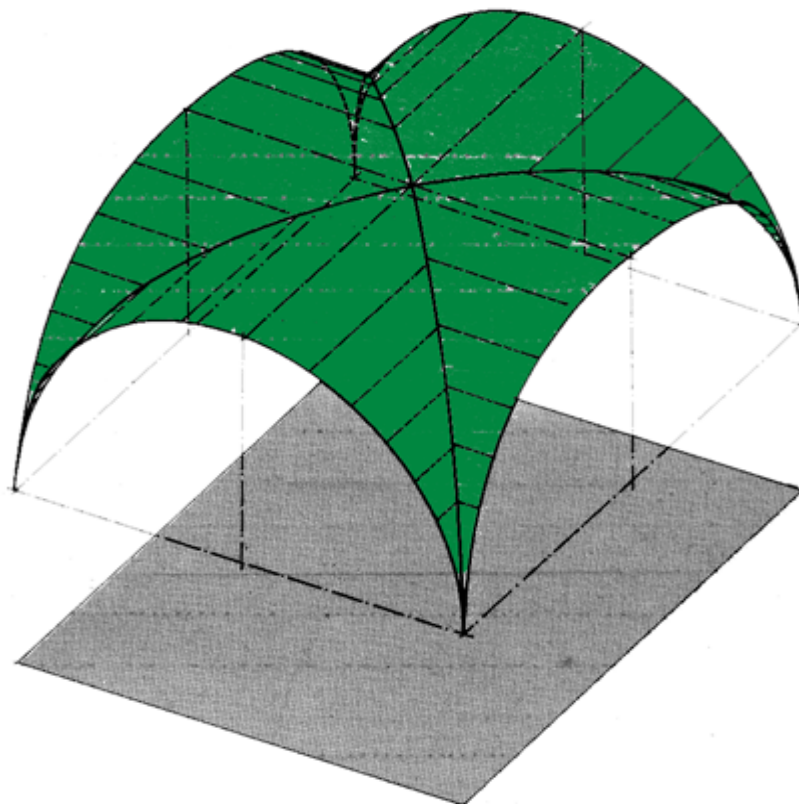
Diversamente dagli archi e dalle volte a botte, che possono essere considerate strutture piane, le volte a crociera sono vere e proprie strutture spaziali; pertanto il loro comportamento strutturale merita un discorso a sé e si differenzia profondamente dal caso piano.

L'indagine sulle volte a crociera deve seguire due percorsi paralleli e complementari: da una parte vi è l'indagine geometrica, dall'altra quella strutturale.

Tanto per fissare le idee, dichiariamo subito quali sono gli elementi costitutivi di questo tipo di volta: la calotta, ossia la scatola interna, e quelle che nel seguito saranno identificate col nome di "condizioni al contorno", cioè gli archi perimetrali e/o pareti d'ambito ed i piedritti di sostegno. Infatti, per la sua stessa condizione di esistenza, la calotta della volta a crociera deve essere tutta contenuta all'interno di altre strutture.

L'indagine geometrica.

La volta a crociera è ottenuta, per costruzione geometrica, dall'intersezione di due volte a botte (calotta). Se le due botte sono uguali ne risulta una volta a pianta quadrata, diversamente la pianta risulta essere rettangolare. Gli archi diagonali dividono la volta in quattro parti, porzioni di tali botte, dette lunette o unghie.



**Fig. 22.** *Vista assonometrica di volta a crociera.*



Risulta a questo punto significativo soffermarsi un attimo sull'analisi della pianta. E' da questa, infatti, che scaturiscono le varie tipologie di volte. La pianta quadrata, così, non pone particolari problemi di studio, perché è evidente che se una lunetta della calotta è ad esempio a tutto sesto, anche le altre tre debbono necessariamente essere a tutto sesto; se una lunetta è ogivale, anche le altre tre debbono necessariamente essere ogivali ... La pianta rettangolare mette invece bene in evidenza il problema geometrico: se ad esempio partendo dalla lunetta di luce minore possiamo dichiarare una geometria a tutto sesto, possiamo ancora confermare per le rimanenti la stessa tipologia? Di sicuro sì per la lunetta opposta, vale a dire per quella che appartiene alla stessa botte generatrice, ma sicuramente non può dirsi lo stesso per le altre due.

Quindi, con l'ausilio di programmi grafici e studi matematici condotti sulle curvature di intradosso, espresse come funzioni  $y=y(x)$ , siamo giunti alla conclusione che esistono quattro tipologie di volte.

Per la pianta quadrata vale il seguente specchietto:

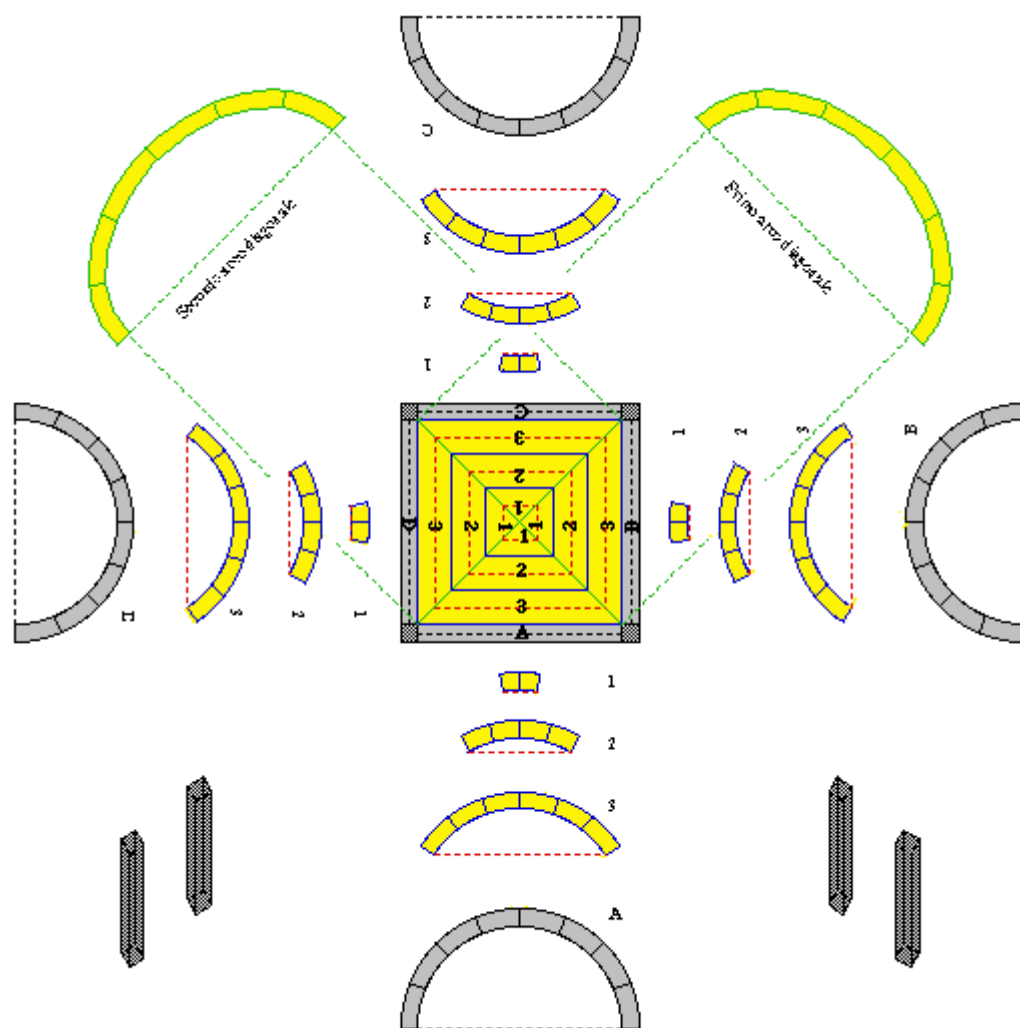
TIPO	COPPIA DI LUNETTE DI LUCE MINORE	COPPIA DI LUNETTE DI LUCE MAGGIORE
1	TUTTO SESTO	TUTTO SESTO
2	ELLITTICHE	ELLITTICHE
3	OGIVALI	OGIVALI
4	POLICENTRICHE	POLICENTRICHE

Per la pianta rettangolare vale invece il seguente specchietto:

TIPO	COPPIA DI LUNETTE DI LUCE MINORE	COPPIA DI LUNETTE DI LUCE MAGGIORE
1	TUTTO SESTO	ELLITTICA
2	ELLITTICHE	ELLITTICHE
3	OGIVALI	OGIVALI ELLITTICHE
4	POLICENTRICHE	POLICENTRICHE ELLITTICHE

L'indagine strutturale.

Ogni elemento costitutivo della volta a crociera (calotta, archi perimetrali e/o pareti d'ambito e piedritti) deve essere opportunamente calcolato con procedimenti di calcolo agli elementi finiti, di cui, in riferimento alle strutture arcuate, vale il riferimento ai metodi iterativi di cui nei precedenti paragrafi (vedi Metodo dell'inversa generalizzata).



**Fig. 23.** Scomposizione in archi semplici di volta a crociera.

Si procede dunque nel seguente modo: le quattro lunette o unghie, di cui risulta costituita la scatola interna, gravano e spingono sui due arconi diagonali, reali o ideali che siano, per andare a loro volta a gravare sui

sostegni verticali puntiformi, i piedritti. Spetterà a loro la trasmissione degli sforzi a terra. Questo il motivo per cui la crociera non può essere studiata come un arco nel piano.

Il metodo dunque è il seguente: la crociera viene scomposta in quattro lunette, ogni lunetta viene scomposta in un numero uguale di archi ideali di profondità (in pianta) costante, che, a partire dal centro ed andando verso il perimetro, hanno ampiezza e corda crescenti ed impostano sugli archi diagonali. Ogni arco ideale è scomposto a sua volta in conci (generalmente ideali), su ciascuno dei quali deve essere valutata la quota parte di carico che vi va a gravare (peso proprio del concio più la colonna di rinfiango, di sottofondo, di pavimento e di sovraccarico accidentale che vi insiste). Ciascun arco fittizio può essere analizzato col metodo dell'inversa generalizzata per conoscere la compatibilità della linea delle pressioni con la loro sagoma e poter dare quindi una prima valutazione sulla stabilità o meno delle lunette.

Riteniamo lecito a questo punto ricordare al lettore che il nostro obiettivo non è mai una verifica di resistenza delle strutture in genere, che presuppone infatti la conoscenza delle effettive tensioni di esercizio sui giunti dei conci, ma la valutazione della stabilità o meno degli archi e/o delle volte, che risponde alla possibilità o meno di ricavare una linea delle pressioni totalmente interna alla sagoma strutturale.

Conclusa l'analisi sugli archi ideali delle lunette, dobbiamo passare ad analizzare le interazioni che queste trasmettono alle imposte, vale a dire sugli archi diagonali, scomponendole in vettori verticali diretti verso il basso (carichi) ed in forze orizzontali dirette verso destra o verso sinistra (spinte).

Gli archi diagonali non hanno un vero e proprio carico perché la loro profondità in pianta è considerata pari a zero (fatta eccezione per il caso in cui tali strutture siano fisicamente presenti e ben visibili in intradosso), ma sono sollecitati semplicemente dalle interazioni succitate.

Anche gli archi diagonali sono suddivisi in elementi finiti (conci), per cui emerge il problema di sapere su quale concio o su quali conci tali vettori debbano ritenersi applicati. Lo si evince da un confronto geometrico tra le coordinate dei punti di applicazione di tali forze con la sagoma di ogni concio. Questo tipo di analisi prende il nome di Modellazione Geometrica.

A questo punto debbono essere indagati, col solito metodo, anche i due archi diagonali, uno per avere indicazioni sulla loro stabilità (infatti la vera risposta strutturale sulla stabilità globale della calotta la forniscono proprio loro e non le lunette), due per sapere gli sforzi trasmessi sui quattro piedritti d'angolo.

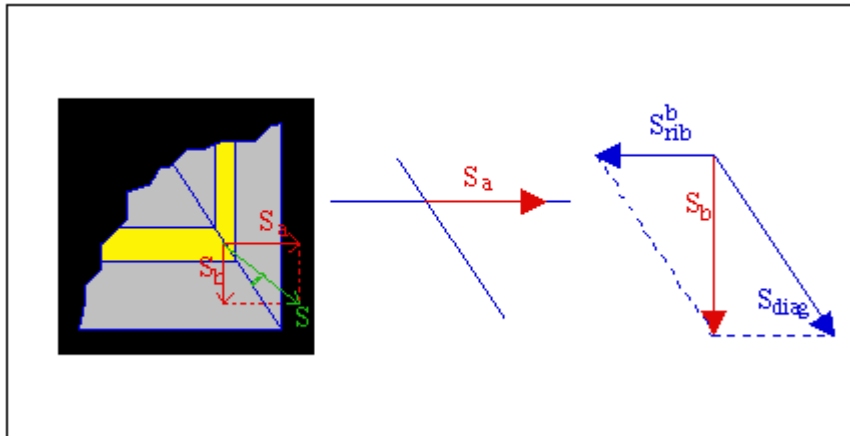
Infine le condizioni al contorno. Ripetiamo nuovamente che per la sua stessa esistenza la calotta deve essere contenuta o da quattro pareti d'ambito o da archi perimetrali gravanti anch'essi sui piedritti. Pertanto è necessario studiare anche tali archi, quando presenti.

Lo studio degli archi perimetrali è molto complesso. Se fino ad ora ogni arco ideale delle lunette e gli archi diagonali stessi risultavano sollecitati nel loro piano medio verticale ed era quindi possibile studiarli ancora come strutture piane, lo stesso non può dirsi per gli archi perimetrali. Questi sono in tutto e per tutto delle strutture spaziali.

Dobbiamo fare un passo indietro per capirne la ragione. Torniamo all'analisi delle lunette. Ogni coppia omologa di archi ideali produce due sforzi sull'arco diagonale in cui convergono, il cui risultante, vuoi per non simmetria geometrica, vuoi per non simmetria di carico, vuoi per tutti e due i motivi, può risultare fuori piano. Che vuol dire fuori piano? Vuol dire che il risultante non giace sul piano verticale dell'arco diagonale. Come ci dobbiamo comportare in tale caso? Solo una parte di quel vettore  $S$  può andare a sollecitare l'arco diagonale. La parte rimanente va invece a sollecitare le pareti o gli archi perimetrali. Ce lo dice la direzione di tale vettore.

Dunque, se tale vettore sollecita l'arco perimetrale, questo rischia il ribaltamento perché sollecitato da forze orizzontali, ortogonali al piano medio dell'arco stesso. Ecco perché tale arco deve essere considerato una struttura spaziale.

Nella figura seguente sono rappresentate in rosso le azioni orizzontali ( $S_a$  |  $S_b$ ) trasmesse da una coppia di archi ideali alle imposte, la cui direzione è verso del risultante ( $S$ ), rappresentato in verde, indica qual è l'arco perimetrale sollecitato da tale forza. Sempre con riferimento alla figura qui sotto, tra l'arco perimetrale inferiore e quello di destra, risulta interessato quello di destra. Le azioni ( $S_a$  |  $S_b$  rib) tendono a ribaltare l'arco perimetrale, mentre la forza ( $S_{diag}$ ) costituisce un carico per l'arco diagonale.



**Fig. 24.** Sollecitazioni sugli archi diagonali e su quelli perimetrali.

Dobbiamo così costruire un modello statico spaziale per l'arco perimetrale, che derivi ovviamente dall'analisi del modello statico dell'arco nel piano.

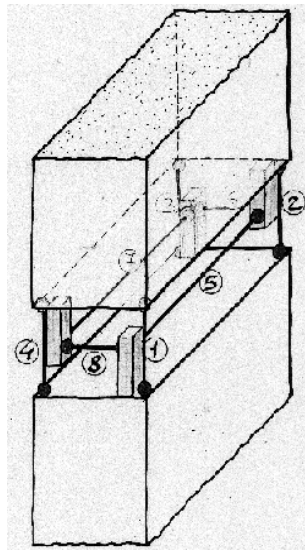
L'arco in muratura nel piano nasce come doppiamente incastrato, allora anche l'arco nello spazio dovrà trovarsi in simili condizioni.

Facciamo presente però che il modello adottato non è proprio quello reale ma un modello costruito, per rispettare l'analogia col modello dell'arco piano.

Quest'ultimo modello è infatti stato accuratamente testato, e risale, nelle sue forme più arcaiche, al XVIII secolo.

Il modello settecentesco, riproposto negli anni '60 da Heyman, faceva riferimento ad uno schema a conci rigidi e implicitamente accettava le ipotesi che le forze, all'interno dell'arco, si potessero trasmettere da un concio all'altro anche solo attraverso gli spigoli dei giunti.

Quindi il modello dell'arco spaziale è il seguente: per ogni interfaccia si hanno quattro bielle a sforzo normale poste negli spigoli della sezione, e quattro bielle da taglio sui quattro lati. Due di queste sono quelle interessate dalle sollecitazioni fuori piano di cui sopra.



**Fig. 25.** Connessione di due conci nello spazio.

Infatti un corpo nello spazio ha sei gradi di movimento, che debbono essere bloccati da dei vincoli. Il numero indispensabile di vincoli semplici risulta pari a sei: noi ne abbiamo usati otto. Ciò significa che il nostro incastro

spaziale è un incastro un po' potenziato. E questo porta anche a dover affermare una stranezza, e cioè che nel caso in esame il grado di iperstaticità dell'arco nello spazio non è fisso e pari a sei, come logico, ma è funzione del numero di conci di cui risulta costituito. In termini di calcolo strutturale, le iterazioni del metodo dell'inversa generalizzata per schemi rigido-fragili non risultano più essere al massimo sei (sei nello spazio, tre nel piano), ma sono funzione del numero di conci.

Insomma, anche gli archi perimetrali presenti dovranno essere studiati col solito metodo per poterne stabilire un grado di sicurezza, ovvero la loro stabilità o meno, nonché le otto sollecitazioni trasmesse al piedritto.

Però, a differenza dell'arco piano, non è possibile dare indicazioni sulla stabilità ricercando un poligono funicolare compatibile con la sagoma. Per l'arco spaziale il poligono funicolare non esiste, perché, per il teorema di Varignon, se un sistema di vettori nel piano è sempre equivalente ad un vettore risultante applicato sull'asse centrale, un sistema di vettori nello spazio risulta equivalente ad un risultante applicato in un punto P, più una coppia calcolata rispetto a P. Quindi il poligono funicolare, essendo costruito come poligono delle successive risultanti, non può esistere perché non risulta essere una linea continua, ma una spezzata concio per concio applicata sulle sezioni di interfaccia in punti diversi mai coincidenti. Infatti i vettori nello spazio giacciono su rette di azione sghembe.

Sono quindi note adesso tutte le sollecitazioni sul piedritto, che sono il suo peso proprio, vettore verticale verso il basso applicato nel baricentro, gli otto più otto vettori provenienti dai due archi perimetrali, qualora presenti, convergenti su tale piedritto, le sollecitazioni della calotta trasmesse attraverso l'arco diagonale, che possono essere considerate come due vettori, uno orizzontale con direzione quella del piano verticale diagonale dell'arco diagonale, ed uno verticale.

La soluzione finale è quella delle azioni a terra, al piede del piedritto, per sapere se risulta verificato al ribaltamento. Infatti per effetto di tutte queste sollecitazioni, ogni pilastro risulta alla base sollecitato da tre forze risultanti e da tre coppie, due delle quali esprimono i momenti flettenti che tendono a ribaltarli, e la terza il momento torcente.

Solo a questo punto possiamo avere una visione d'insieme sulla stabilità globale della crociera. Se quest'ultima non dovesse risultare verificata, si interverrà consolidando.

A titolo di esempio riportiamo le possibili situazioni:

- 1) gli archi diagonali sono entrambi stabili, ma localmente qualche arco ideale della calotta risulta instabile. Il problema non sussiste perché ciò significa solo che siamo di fronte a qualche lesione localizzata che non è indice di panico.
- 2) Uno o entrambi gli archi diagonali non risultano stabili. In questo caso il problema è serio e dobbiamo intervenire con catene, in particolare cerchiando la crociera stessa.
- 3) Pur risultando verificata la calotta nel suo insieme, non risultano verificati alcuni archi perimetrali a causa delle forze ribaltanti: l'intervento è in questo caso radicale e obbligato. Tali archi non possono sopravvivere e debbono essere sostituiti con murature perimetrali in grado di assorbire tali forze.
- 4) Calotta e archi perimetrali e pareti d'ambito risultano verificati, ma i piedritti rischiano di ribaltarsi. Se tali piedritti sono, ad esempio, i piedritti perimetrali di un porticato o di una maglia di crociera, si interviene con catene che collegano i piedritti perimetrali opposti. Se invece sono piedritti interni o si interviene con pannelli fibro-rinforzati posti alla base, dove la trazione è massima, oppure si interviene il alto con catene localizzate sul piedritto stesso messe in opera con guaine. Questo è il problema tipico dei pilastri a spessore ridotto.

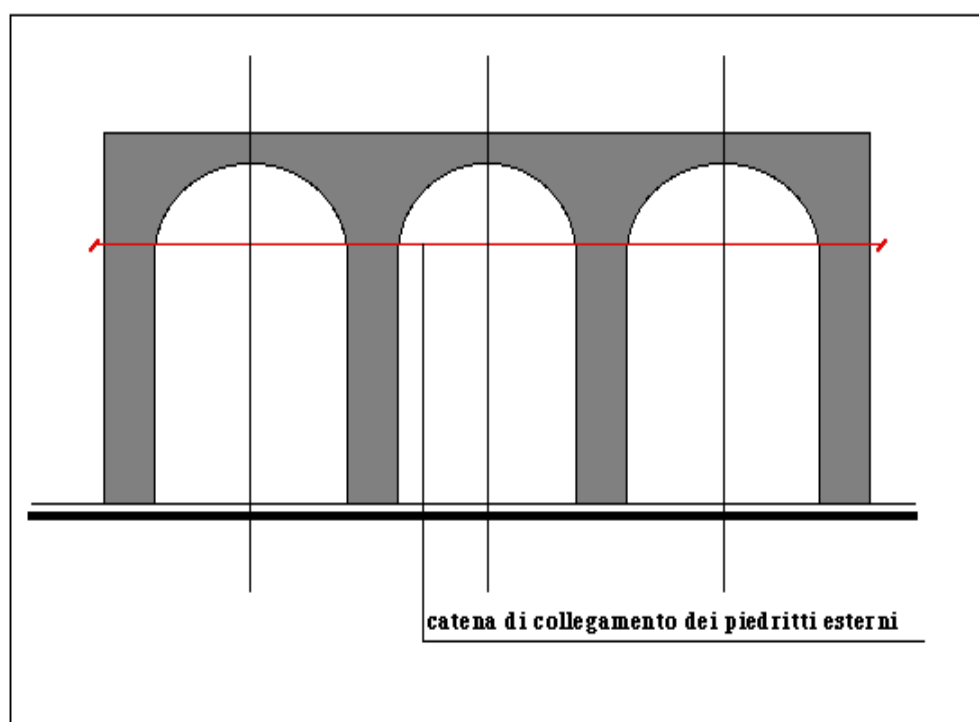
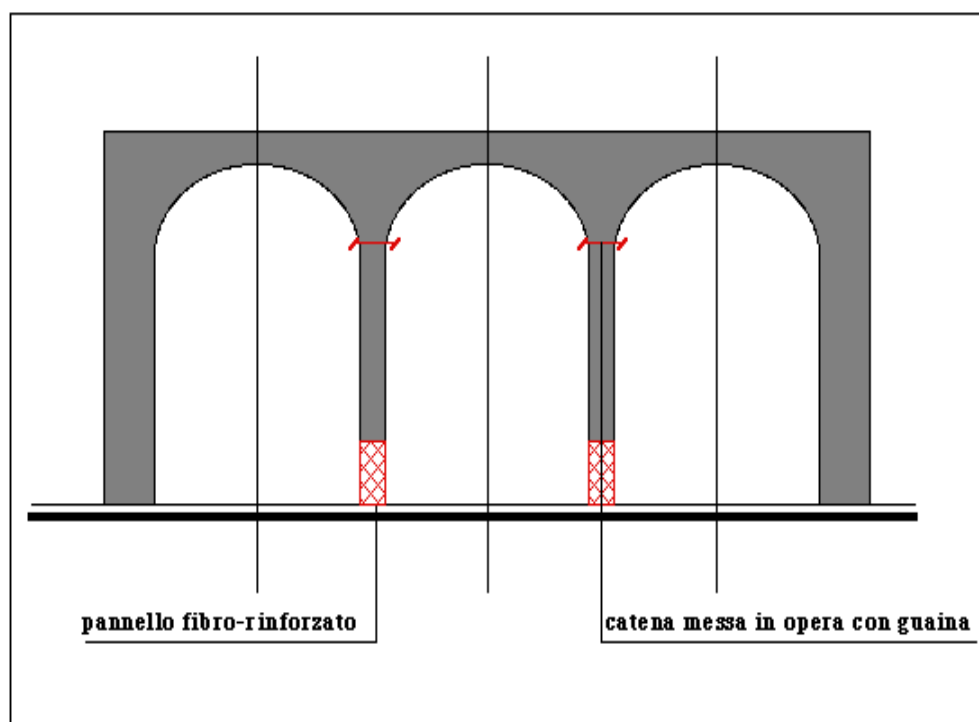


Fig. 26. Esempio di intervento su pilastri interni e esterni.

## A.5. NORMATIVA DI RIFERIMENTO

### ■ **MURATURE :**

**D.M. 20.11.1987:** “Norme tecniche per la progettazione, esecuzione e collaudo degli edifici in muratura e per il loro consolidamento.”

**Circolare Min.LL.PP. n.30787 del 4.1.1989:** “Istruzioni in merito alle norme tecniche per la progettazione, esecuzione e collaudo degli edifici in muratura e per il loro consolidamento.”

### ■ **CARICHI :**

**D.M. 16.1.1996:** “Norme tecniche relative ai criteri generali per la verifica di sicurezza delle costruzioni e dei carichi e sovraccarichi.”

### ■ **SISMICA :**

**Legge n.64 del 2.2.1974:** “Provvedimenti per le costruzioni, con particolari prescrizioni per le zone sismiche.”

**D.M. 2.7.1981:** “Normativa per le riparazioni ed il rafforzamento degli edifici danneggiati dal sisma nelle regioni Basilicata, Campania e Puglia.”

**Circolare Min.LL.PP. n.21745 del 30.7.1981:** “Istruzioni relative alla normativa tecnica per la riparazione ed il rafforzamento degli edifici in muratura danneggiati dal sisma.”

**Ministero dei Beni Culturali e Ambientali, Comitato Nazionale Prevenzione Patrimonio Culturale dal Rischio Sismico, Circolare 18 Luglio 1986, n.1032:** “Interventi sul patrimonio monumentale a tipologia specialistica in zone sismiche: raccomandazioni.”

**Comitato Nazionale per la prevenzione del patrimonio culturale dal rischio sismico, 14 luglio 1989:** “Direttive per la redazione ed esecuzione di progetti di restauro comprendenti interventi di “miglioramento” antisismico e “manutenzione”, nei complessi architettonici di valore storico-artistico in zona sismica.”

**D.M. 16.1.1996:** “Norme tecniche per le costruzioni in zone sismiche.”

**Circolare Min.LL.PP. n.65 del 10.4.1997:** “Istruzioni per l’applicazione delle “Norme Tecniche per le costruzioni in zone sismiche” di cui al D.M. 16.1.1996.”

**Decreto-legge 30 gennaio 1998, n. 6** (in Gazzetta Ufficiale -serie generale - n. 24 del 30 gennaio 1998), **coordinato con la Legge di conversione 30 marzo 1998, n. 61** (in Gazzetta Ufficiale n. 75 del 31 marzo 1998), recante: “**Ulteriori interventi urgenti in favore delle zone terremotate delle regioni Marche e Umbria e di altre zone colpite da eventi calamitosi**”. (Pubblicato nella Gazzetta Ufficiale n. 75 del 31 marzo 1998).

**D.G.R. Umbria n.5180 del 14.9.1998 e D.G.R. Marche n.2153 del 14.9.1998 in attuazione Legge 61/98:** “**Eventi sismici del 12 maggio, 26 settembre 1997 e successivi - Modalità e procedure per la concessione dei contributi previsti dall’art.4 della Legge 61/98 - Allegato B**”.

### A.5.1. ESTRATTI DALLA NORMATIVA ITALIANA VIGENTE

Si riportano qui di seguito estratti dalla Normativa Italiana vigente, riguardanti Archi e Volte in muratura.

A queste indicazioni normative è opportuno riferirsi per le modalità operative di esecuzione degli interventi di consolidamento.

■ **Circolare Min.LL.PP. n.21745 del 30.7.1981:** “Istruzioni relative alla normativa tecnica per la riparazione ed il rafforzamento degli edifici in muratura danneggiati dal sisma.”

### 3.4. ARCHI E VOLTE (punto 3.4.3. delle Norme) [3.4.3. D.M.2.7.1981]

Al punto 3.4.3. delle norme viene testualmente stabilito che “gli archi e le volte interessati da gravi dissesti (ampie lesioni e macroscopiche alterazioni geometriche dell'intradosso) e se realizzati con muratura di non buona consistenza e fattura, devono essere eliminati”.

Qualora il giudizio sulla recuperabilità della struttura sia positivo, il consolidamento deve creare anche le condizioni affinché possano essere sopportate le spinte da essa generate, prevedendo opportuni interventi sulle strutture di bordo, e più radicalmente, trasformandole in sistemi chiusi non spingenti.

Una prima possibilità di risanamento e rinforzo è fornita dalla tecnica delle iniezioni di miscele leganti e/o perforazioni armate.

Nel caso della volta di luce non molto grande, un valido sistema di rafforzamento consiste nel costruire in aderenza un guscio portante, generalmente estradossato, realizzato da una rete metallica elettrosaldata chiodata alla struttura da rinforzare e da uno strato sottile di malta antiritiro ad elevata resistenza o miscele di resine.

L'intervento deve essere preceduto, evidentemente, da una accurata pulitura della superficie, in aderenza alla quale si esegue il rinforzo, con aria compressa ed eventualmente, qualora si impieghino malte cementizie, con acqua, nonché dalla sigillatura delle lesioni macroscopiche.

Con tale procedimento, in particolare, è possibile limitare al minimo la manomissione della superficie di intradosso, il che assume fondamentale importanza allorché quest'ultima sia affrescata o presenti, comunque, caratteristiche estetiche da non alterare.

Un'altra possibilità, che può risultare conveniente soprattutto in casi di maggiori luci e di più rilevanti situazioni di dissesto, è quella di sospendere la volta ad un graticcio metallico sovrastante opportunamente rigido e vincolato ai muri perimetrali; l'intercapedine tra volta e graticcio dovrà essere riempita con materiali leggeri anche se strutturali.

Qualora la volta abbia un'imposta continua su murature perimetrali, lungo queste ultime possono essere inseriti, se necessario, dei telai orizzontali di irrigidimento eseguiti con perforazioni armate e con la stessa tecnica illustrata per i cordoli dei solai.

Infine è utile sottolineare che laddove si reputi necessaria l'adozione di opere provvisorie di sostegno, è opportuno che queste vengano estese a tutto l'intradosso dell'arco o della volta ad evitare l'introduzione di pericolose azioni concentrate proprio nella fase in cui è più precario l'assetto statico.

Qualora gli elementi strutturali non presentino sintomi di dissesto, gli archi e le volte devono essere muniti di cinture, chiavi e tiranti, posti convenientemente in tensione, ed atti ad assorbire integralmente le spinte loro imposte, a meno che le murature di sostegno abbiano spessori sufficienti a sopportare le spinte, anche sismiche.

■ **Ministero dei Beni Culturali e Ambientali, Comitato Nazionale Prevenzione Patrimonio Culturale dal Rischio Sismico, Circolare 18 Luglio 1986, n.1032:** “Interventi sul patrimonio monumentale a tipologia specialistica in zone sismiche: raccomandazioni.”

I numerosi interventi su edifici monumentali siti in zone sismiche, effettuati nel corso degli ultimi anni (e tuttora in corso), in particolare a seguito degli eventi sismici distruttivi del Friuli e della Campania Basilicata, nonché di altri eventi meno violenti, ma pur sempre dannosi per le costruzioni, sono caratterizzati da difficoltà spesso notevoli, legate a vari ordini di fattori:

- la intrinseca delicatezza connessa alla natura ed all'età degli organismi interessati;
- la complessa esigenza di approccio interdisciplinare che si richiede;
- la poca chiarezza normativa circa gli aspetti tecnici degli interventi, peggiorata dalla tendenza ad applicare in maniera impropria norme tecniche, quali il DT2 del Friuli, la Norma tecnica Regionale per la Val Nerina, il D.M.



2.7.1981, norme che sono state scritte per l'edilizia ordinaria e non per gli edifici monumentali a tipologia specialistica quali ad esempio le chiese ed i palazzi comprendenti generalmente grandi ambienti, coperture a volta, pareti e orizzontamenti affrescati o di materiali pregiati;

- il conflitto tra esigenze di conservazione e restauro da un lato e la protezione dal rischio sismico della costruzione e delle vite umane dall'altro lato, con le connesse assunzioni di responsabilit  che vengono attribuite ai professionisti coinvolti dagli interventi ed ai loro colleghi operanti negli organi di controllo;
- la poca chiarezza, tecnica tecnologica e persino concettuale o culturale, che vi   intorno all'impiego dei moderni materiali nelle costruzioni antiche;
- l'assenza di modelli di calcolo e verifica riconosciuti validi per le tipologie speciali, assenza troppo spesso colmata in maniera del tutto impropria dall'adozione di modelli validi soltanto entro precisi limiti (si pensi ad esempio all'applicazione indiscriminata dei metodi tipo Por).

Cos  gli interventi sui complessi monumentali sono stati spesso concepiti come ristrutturazione statica attuata con una serie di massicci interventi che riprendono con criteri largamente estensivi la cultura dei nuovi materiali, in particolare dell'acciaio e del calcestruzzo armato, sviluppando cos  una strategia di restauro strutturale che cerca di rimodellare le antiche fabbriche secondo gli schemi resistenti propri dei materiali moderni.

I risultati di tale stato di fatto si traducono spesso in :

- interventi inutilmente "pesanti" (se non talvolta controproducenti), che spesso snaturano il monumento dal punto di vista della sua identit  e valore;
- interventi eccessivamente costosi, ai quali si contrappongono i non interventi in altri organismi architettonici, per esaurimento dei fondi disponibili;
- garanzie di sicurezza spesso del tutto illusorie, essendo basate su modelli di calcolo inattendibili;
- diffusa incapacit , sostanziale e formale, di controllare la efficacia degli interventi effettuati (si pensi alle iniezioni armate, le iniezioni di malte o resine,...).

Come esemplificazione dei fenomeni citati si elencano alcune posizioni progettuali tanto diffuse quanto dannose:

- progetti elaborati senza alcun elemento oggettivo di conoscenza circa la struttura ed i terreni di fondazione;
- uso sistematico di pali trivellati di piccolo diametro (micropali) quasi sempre rivelatisi superflui ad un pi  attento esame geotecnico;
- ancoraggi di massicce strutture con tiranti in acciaio armonico iniettati nel terreno;
- inserimento di nuove strutture cui viene affidata completamente la funzione statica, riservando cos  all'antica struttura la sola funzione di elemento formale;
- inserimento di elementi strutturali che assolvono funzioni statiche ritenute dal progettista non compatibili con l'antico organismo; in tal caso, oltre ad originare un ibrido comportamento meccanico, possono essere introdotte particolari incertezze dovute all'interazione di schemi strutturali e materiali diversi;
- tentativo di conseguire mediante interventi un comportamento modellabile con schemi propri delle nuove costruzioni;
- uso ingiustificato, rispetto al quadro fessurativo presente ed alla originaria concezione strutturale del monumento, di "cuciture" ed "iniezioni";
- uso non meditato di nuovi materiali specie con riferimento alla durabilit  ed all'interazione con i materiali originari.

Rispetto alla sopra prospettata situazione la recente emanazione del D.Min.LL.PP. 24.1.1986, con il punto C.9., introduce nella normativa tecnica per le costruzioni in zona sismica una nuova attenzione al problema degli interventi sulle costruzioni esistenti, consentendo di operare in sede di prevenzione, anzich  soltanto di riparazione, nonch  su tutto il territorio nazionale; l'innovazione principale   rappresentata dall'introduzione di un duplice livello di obiettivi perseguibili mediante gli interventi strutturali rivolti ad aumentare la resistenza degli edifici alle azioni sismiche; si individuano infatti:

- "gli interventi di adeguamento, definiti come un insieme di opere necessarie per rendere l'edificio atto a resistere ad azioni di progetto equivalenti a quelle previste per le nuove costruzioni";
- "gli interventi di miglioramento definiti come insieme di opere atte a conseguire un maggior grado di sicurezza nei confronti delle azioni sismiche senza peraltro modificare sostanzialmente il comportamento globale dell'edificio".

La distinzione concettuale tra i due tipi di intervento citati, pur non essendo direttamente riferita agli edifici monumentali ai sensi dell'articolo 16 della legge 64 del 1974, ha rilevante importanza nei confronti degli obiettivi che si devono porre a base di un intervento sul patrimonio monumentale.

Ragionando per analogia, infatti, si può osservare che, al punto C.9.1.1., il D.M. 24.1.1986 precisa i casi nei quali è fatto obbligo di adeguamento per gli edifici ordinari; d'altra parte gli interventi sul patrimonio monumentale non rientrano, per loro natura, in nessuno di tali casi: l'obbligo di adeguamento scatta infatti in presenza di interventi configurabili come sopraelevazioni, ampliamenti, ristrutturazioni edilizie e comunque tali da modificare sostanzialmente il comportamento statico e dinamico dell'organismo edilizio.

Si può pertanto affermare che, alla luce di quanto previsto per l'edilizia ordinaria, l'obiettivo degli interventi sul patrimonio monumentale per quanto attiene alla sicurezza alle azioni sismiche, è assimilabile al miglioramento.

In questa ottica si può concludere che gli interventi sul patrimonio monumentale devono essere caratterizzati da un aumento di sicurezza nei confronti delle azioni sismiche senza che però si ponga in modo rigido il problema del rispetto delle verifiche formali nei confronti delle azioni sismiche di progetto previste per le nuove costruzioni.

Si individua quindi in attesa della definizione di norme tecniche specifiche per il patrimonio monumentale, alla quale il Comitato Nazionale per la Prevenzione del Patrimonio Culturale dal Rischio Sismico è chiamato a dare un contributo propositivo, una linea di comportamento impostata sul ricorso sistematico agli interventi di miglioramento così come previsto dal citato D.M. 24.1.1986 e su una conduzione delle operazioni progettuali che abbia diretto riguardo al valore culturale della costruzione considerata e che quindi, anche nello spirito dei punti C.9.2.3. e 4 dello stesso Decreto implichi:

- una particolare attenzione ai materiali e magisteri originali, nonché alle trasformazioni successive;
- una attenta ricostruzione della storia sismica del manufatto, con particolare riguardo per le eventuali riparazioni seguite ad eventi sismici passati;
- un rigoroso e sistematico approccio interdisciplinare in tutte le fasi progettuali, con particolare riferimento agli apporti architettonici, storici, geotecnici, strutturali, impiantistici (se del caso);
- il ricorso a tecniche e materiali il più possibile vicini agli originali, con severo esame critico interdisciplinare di eventuali interventi difformi dai suddetti.

In definitiva: in presenza di una "patologia ordinaria" del momento ed in mancanza dei vincoli di cui ai commi da a) ad e) del punto C.9.1.1. del D.M. 24.1.1986, si deve effettuare la scelta della conservazione diffusa che, abbinata al sopra illustrato concetto normativo di miglioramento, consente di conseguire l'obiettivo della prevenzione dal rischio sismico.

Le operazioni da compiere saranno, a titolo esemplificativo, del tipo seguente:

- interventi coordinati sui collegamenti, specie se compromessi dai sismi precedenti o da mancata manutenzione;
- verifica e riparazione degli orizzontamenti (tetti, solai, archi, volte o piattabande, ecc...) con procedimenti prevalentemente tradizionali (sostituzione parziale dei soli elementi lignei degradati, ripristino della tensione di catene e capichiave, irrigidimenti dei tavolati con un secondo tavolato chiodato, collocazione di nuove tirantature ai piani a bassa tensione di esercizio, reintegrazioni parziali di archi o piattabande, ecc.);
- verifica e riparazioni delle lesioni verticali o subverticali con procedimenti tradizionali ai fini di ricostruire, pur senza eccessivi irrigidimenti, la continuità della compagine muraria;
- scarnitura dei giunti, rabboccatura e ripristino con malta tradizionale degli intonaci laddove esistevano e sono caduti, a reintegrazione delle capacità portanti della compagine muraria, con attenzione ad eventuali intonaci decorati.

Si può osservare che le esemplificazioni ora prospettate si configurano in gran parte quali interventi di manutenzione, atti a mitigare il degrado e riportare la costruzione alle sue capacità originarie di resistenza, ovvero di miglioramenti, atti ad incrementare le suddette capacità senza stravolgimenti degli schemi resistenti propri; soltanto in presenza di una "patologia straordinaria" dovuta a difetti di origine nella concezione strutturale, o ad uno stato di degrado molto accentuato, o a danni considerevoli, si pone l'esigenza di una più complessa valutazione; tale esigenza si pone anche quando si configurano interventi di grande scala quali ad

esempio quelli previsti all'interno dei progetti finalizzati.

Al fine di perseguire gli obiettivi sopra indicati assume fondamentale importanza la completezza degli elaborati di analisi e di progetto, quale risultato di una metodologia organizzata in fasi operative strettamente connesse tra di loro attraverso il coordinamento dell'esperto in restauro architettonico, sicché la mancanza di una o più fasi non può che portare alla non accettabilità della proposta finale rappresentata dal progetto.

Pertanto gli elaborati progettuali dovranno di regola essere almeno i seguenti:

- uno studio storico critico sul complesso da restaurare che individui tutte le trasformazioni intervenute nel tempo e le illustri in apposito grafico;
- uno studio della storia sismica del sito;
- un accurato rilievo plano-altimetrico del complesso, comprendente le strutture di fondazione;
- un dettagliato rilievo critico che riporti i dati acquisiti incrociandoli con dati ricavabili attraverso l'utilizzo di strumentazioni diagnostiche;
- una dettagliata analisi dei carichi con l'individuazione da parte del progettista di tutti gli elementi portanti, incluse le fondazioni, attraverso i quali si individua un razionale schema strutturale;
- un rilievo metrico e fotografico dei dissesti riscontrati;
- una descrizione della costruzione del sottosuolo e delle condizioni di stabilità dell'area circostante;
- una relazione che individui cause ed entità dei dissesti; e' opportuno che tale relazione indichi, se ed in quale misura, i dissesti hanno danneggiato gli elementi portanti della struttura;
- una relazione sui materiali strutturali presenti con una valutazione del loro stato di conservazione, ove possibile suffragata da indagini sperimentali;
- il progetto sia qualitativo sia quantitativo degli interventi previsti, indicando le motivazioni che le suggeriscono e gli incrementi di resistenza che si presume ad essi si accompagnino;
- nella parte grafica del progetto vanno altresì evidenziati tutti gli interventi (consolidamenti, impianti, ecc.) che per loro natura comportino sostituzioni o alterazioni di materia e superficie del manufatto, in maniera tale da rendere complessivamente valutabile l'entità di trasformazioni conseguenti all'intervento.

Per quanto riguarda il collaudo, espressamente previsto dal punto C.9.4. del D.M. 24.1.1986, assume particolare importanza la preferenza indicata nello stesso decreto, per il collaudo in corso d'opera, in quanto consente la sospensione tempestiva di eventuali interventi irreversibili ritenuti errati; inoltre risulta essenziale che il collaudo stesso non si limiti ad esaminare gli aspetti cosiddetti tecnici, bensì si rivolga all'intervento nel suo complesso.

■ **Comitato Nazionale per la prevenzione del patrimonio culturale dal rischio sismico, 14 luglio 1989:** "Direttive per la redazione ed esecuzione di progetti di restauro comprendenti interventi di "miglioramento" antisismico e "manutenzione", nei complessi architettonici di valore storico-artistico in zona sismica."

### 11.5. ARCHI E VOLTE

Le strutture ad **arco** e **volta**, ossia spingenti, sono una caratteristica di molti edifici murari. Contrariamente ad una opinione purtroppo assai diffusa, con conseguenze negative per la conservazione dei caratteri di buona parte della edilizia tradizionale, seppure "minore", a seguito dei più recenti eventi sismici in Italia, il comportamento di **archi** e **volte** durante i terremoti è assai migliore di quanto non si creda, come è testimoniato dall'esame dei danni riscontrati. La questione non si riduce a condannare come inadatta in zona sismica la struttura spingente, ma consiste nel porsi il problema di assicurare l'esistenza di vincoli o elementi attivi a sopportare la spinta stessa.

Il tema merita ancora molti studi. Nel frattempo il giudizioso ricorso alle catene, del tipo sopra descritto con riferimento all'incatenamento generale delle pareti, potrà risolvere la maggior parte dei problemi. Di regola dette catene andranno poste alle "reni" di **archi** e **volte**; qualora vi siano ragioni che ostano a tale soluzione si potrà prendere in esame l'ipotesi di incatenamento a livelli diversi (in particolare poco sopra alla chiave), purché tale intervento costituisca comunque, grazie alla presenza di altri elementi strutturali, di resistenza e (soprattutto) di rigidità adeguata, una soluzione effettiva del problema.

Per quanto riguarda gli altri aspetti, gli **archi** e le **volte** potranno essere oggetto di interventi locali integrativi

analoghi a quelli sopra descritti per le pareti, con l'avvertenza che alcune lesioni sono da ritenersi fisiologiche e quindi non e' necessario (e puo' essere non opportuno) ripararle: cio' vale in particolare per lesioni in chiave e alle reni, ove (s'intende) la resistenza alla spinta sia assicurata.

In alcuni casi si potra' accettare il ricorso a tecniche di "placcaggio" con una contro **volta** resistente costruita aldisopra ed aggancio tra le due a mezzo di opportune grappe. Tuttavia si tratta di un intervento al quale ricorrere il meno possibile.

■ **D.M. 16.1.1996:** "Norme tecniche per le costruzioni in zone sismiche."

#### C.9.8.4. **ARCHI E VOLTE**

Gli **archi** e le **volte** dei fabbricati, siti negli orizzontamenti fuori terra, devono essere muniti di cinture, chiavi o tiranti, posti convenientemente in tensione, atti ad assorbire integralmente le spinte alle loro imposte, a meno che le murature di sostegno abbiano spessori sufficienti ad accogliere le spinte senza che vengano generati sforzi di trazione.

Le eventuali lesioni degli **archi** e delle **volte possono** essere risarcite mediante adeguate cuciture ovvero con iniezioni cementizie o di soluzioni di materie sintetiche o altro materiale o sistema idoneo.

Qualora le lesioni siano macroscopiche, o le murature si presentino inconsistenti, gli **archi** e le **volte** devono essere demoliti. Ove lo richiedano esigenze funzionali od estetiche, ovvero il ripristino di condizioni di equilibrio di insieme, **possono** essere ricostruiti sempre con il criterio di realizzare sistemi chiusi in se stessi; qualora non sussistano le dette esigenze, le strutture spingenti vanno sostituite con elementi strutturali non spingenti.

■ **Circolare Min.LL.PP. n.65 del 10.4.1997:** "Istruzioni per l'applicazione delle "Norme Tecniche per le costruzioni in zone sismiche" di cui al D.M. 16.1.1996."

#### **6. ARCHI E VOLTE**

Gli **archi** e le **volte** devono essere muniti di cinture, chiavi e tiranti, posti convenientemente in tensione, ed atti ad assorbire integralmente le spinte, a meno che le murature di sostegno abbiano spessori sufficienti a sopportare le spinte, valutate tenendo conto anche delle azioni sismiche.

Qualora occorra risanare o rinforzare le **volte**, e' possibile intervenire con la tecnica delle iniezioni di miscele leganti meglio se integrate da perforazioni armate.

Nel caso delle **volte** di luce non molto grande, un valido sistema di rafforzamento consiste nel costruire in aderenza un guscio portante, generalmente estradossato, realizzato da una rete metallica elettrosaldata chiodata alla struttura da rinforzare e da uno strato di malta antiritiro ad elevata resistenza o di miscele di resine. L'intervento deve essere preceduto da una accurata pulitura della superficie, in aderenza alla quale si esegue il rinforzo, con aria compressa ed eventualmente qualora si impieghino malte cementizie, con acqua, nonche' dalla sigillatura delle lesioni macroscopiche.

Con tale procedimento, in particolare, e' possibile evitare interventi sulla superficie di intradosso, il che assume fondamentalmente importanza allorché questa ultima sia affrescata o presenti, comunque, caratteristiche estetiche da non alterare.

Gli **archi** e le **volte** che siano interessati da gravi dissesti, se realizzati con muratura di non buona consistenza e fattura, devono essere eliminati.

# ■ COMMENTARIO SSN-ANIDIS 1997.

## Cap. 13, M.Mezzina - C. Dentamaro: “ADEGUAMENTO / MIGLIORAMENTO PER GLI EDIFICI IN MURATURA ORDINARIA” (C.9.5, C.9.8, C.9.9 C.9.10 All. 3)

### d) Archi e volte (C.9.8.4)

Uno dei punti più chiaramente sottolineati dalle Norme si rifà alla esclusione di tutte le strutture spingenti, ritenute, spesso a torto, inadatte ad una corretta edilizia in zone sismiche. Per tale motivo il Decreto impone per “gli archi e le volte, site negli orizzontamenti fuori terra, l’adozione di cinture, chiavi o tiranti, posti convenientemente in tensione, atti ad assorbire integralmente le spinte alle loro imposte” (C.9.8.4). L’inserimento di tali elementi (Fig.13.20) può essere evitato solo nel caso in cui le murature d’appoggio abbiano spessori sufficienti ad assorbire le spinte, senza che nelle stesse insorgano sforzi di trazione.

Le modalità di esecuzione di tali interventi (2, 3, 11) sono sostanzialmente quelle viste a proposito delle tirantature. È opportuno sottolineare ancora una volta che l’efficacia dell’operazione di eliminazione della spinta (o della sua riduzione) è essenzialmente funzione della pre-tensione fornita alle strutture di contenimento, che in tal modo possono entrare in funzione immediatamente, all’atto della messa in opera. È solo il caso di accennare ai problemi di caduta di tensione negli apparecchi di incatenamento: per mantenere costante nel tempo la loro efficacia è opportuna la loro periodica ritensionatura.

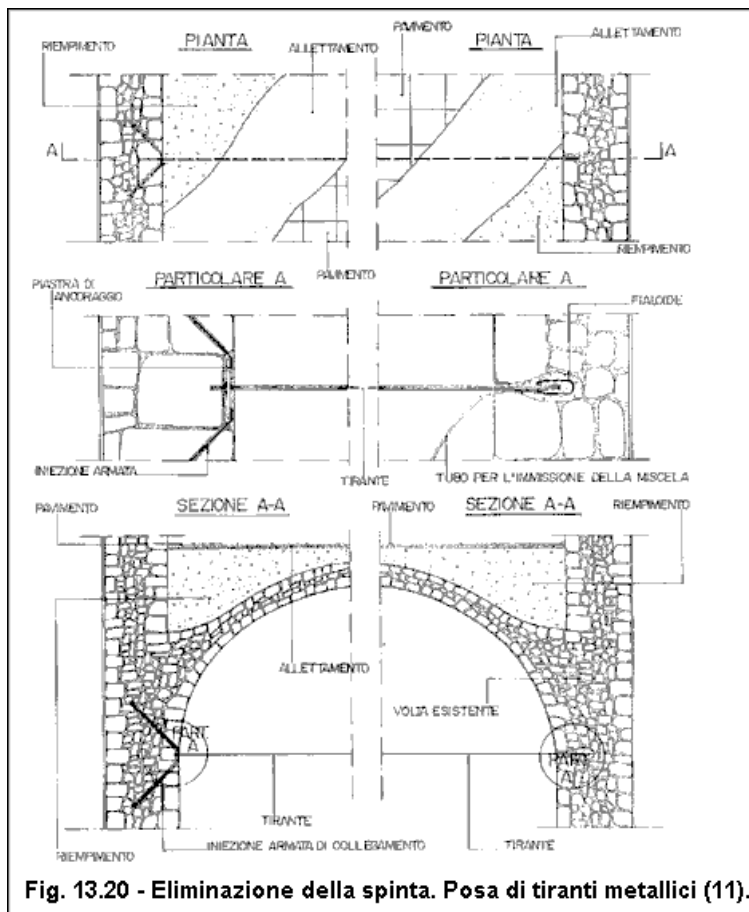


Fig. 13.20 - Eliminazione della spinta. Posa di tiranti metallici (11).

Il risanamento di archi e volte dalle eventuali lesioni è inoltre realizzato con le tecniche delle iniezioni di miscele leganti, associate alle perforazioni armate, pur nell’ambito di una prudente ed attenta utilizzazione di queste, come già si è avuto modo di osservare e precisare in precedenza.

In alcuni casi il rafforzamento di **volte** a luce non molto grande prevede la realizzazione di un guscio portante, costruito in aderenza, più opportunamente all'estradosso, utilizzando uno strato di malta antiritiro ad elevata resistenza (o di miscele di resine), armato con rete di acciaio elettrosaldato.

■ **Decreto-legge 30 gennaio 1998, n. 6** (in Gazzetta Ufficiale -serie generale - n. 24 del 30 gennaio 1998), **coordinato con la Legge di conversione 30 marzo 1998, n. 61** (in Gazzetta Ufficiale n. 75 del 31 marzo 1998), recante: **“Ulteriori interventi urgenti in favore delle zone terremotate delle regioni Marche e Umbria e di altre zone colpite da eventi calamitosi”**. (Pubblicato nella Gazzetta Ufficiale n. 75 del 31 marzo 1998). **D.G.R. Umbria n.5180 del 14.9.1998 e D.G.R. Marche n.2153 del 14.9.1998 in attuazione Legge 61/98: “Eventi sismici del 12 maggio, 26 settembre 1997 e successivi - Modalità e procedure per la concessione dei contributi previsti dall’art.4 della Legge 61/98 - Allegato B”**.

## DIRETTIVE TECNICHE - EDIFICI

### 2. Edifici in muratura

#### 2.2. ANALISI DI DANNO - VULNERABILITÀ E CRITERI DI PROGETTAZIONE

Il progettista deve dimostrare la necessità e l'efficacia degli interventi proposti attraverso un'analisi dei danni subiti e delle caratteristiche di vulnerabilità prima e dopo l'esecuzione dell'intervento. Per quanto riguarda i danni, deve descriverne tipo ed entità distinguendo quelli dovuti al sisma da quelli preesistenti. Una possibile lista di tipologie da considerare è la seguente:

danni ai maschi murari;  
lesioni di distacco fra gli elementi strutturali;  
dissesti negli orizzontamenti, **archi** e **architravi**;  
cedimenti;  
martellamenti;  
crolli, anche parziali, degli elementi strutturali.

Per quanto riguarda le eventuali carenze in grado di influenzare significativamente la vulnerabilità, deve identificarle e chiarire l'effetto su di esse degli interventi previsti. Una possibile lista, non esaustiva, delle carenze da considerare è la seguente:

carenza di resistenza nei maschi murari nel piano e fuori del piano;  
carenza di collegamenti fra gli elementi strutturali;  
presenza di spinte non contrastate;  
deformabilità dei diaframmi (anche dovuta a piani sfalsati);  
cattiva distribuzione degli elementi resistenti (murature portanti in falso, pareti snelle, irregolarità in pianta ed in elevazione);  
carenza di collegamenti negli elementi non strutturali.

Tutti i materiali usati per gli interventi dovranno essere compatibili con quelli originali e, di norma, durevoli. Per gli edifici aventi interesse artistico e storico dovrà essere effettuata un'analisi storico - critica comprendente la storia del bene in termini di trasformazioni, con particolare riferimento alle caratteristiche degli eventi subiti nel tempo e del quadro **archit**ettonico e statico, nonché delle trasformazioni avvenute e della risposta generale agli eventi subiti (quadri di danno) e di specifici altri interventi di restauro e di riparazione effettuati. Dovrà essere, altresì, effettuata una sistematica ricognizione dell'edificio nel suo insieme, ricorrendo, ove necessario, ad indagini sperimentali indirizzate alla conoscenza dei materiali, delle strutture e dello stato tensionale esistente. Per questi edifici i materiali utilizzati dovranno essere compatibili con le esigenze di tutela e conservazione e, più in generale, si seguiranno le direttive da definirsi con successivo atto.

Per ciò che riguarda i criteri di progettazione per interventi di riparazione e miglioramento, in aggiunta a quanto disposto dalle norme e circolari vigenti, si terranno presenti almeno le cautele di seguito elencate:

(...)

h) interventi volti a ridurre le spinte non contrastate di **archi** e **volte**: accertare preliminarmente la necessità di catene o altri dispositivi di eliminazione della spinta (assenza di idonei contrafforti o insufficienza della muratura), progettare la catena per essere non troppo deformabile in relazione alla struttura spingente, ove non sia possibile una collocazione "tradizionale" alle reni, analizzare l'opportunità di collocare la catena più in alto, ove non sia possibile un ancoraggio esterno con capochiave, analizzare l'opportunità di realizzare un ancoraggio all'interno della muratura, opportunamente rinforzata;

(...)

## A.6. BIBLIOGRAFIA

- [1] **J. Heyman**, “**Appunti dalle lezioni sul calcolo delle ossature murarie**”, a cura di C.Alessandri, S.Briccoli Bati, G. Tempesta, U.Tonietti, Lezioni integrative dei corsi di statica e scienza delle costruzioni, giugno 1984, pubblicazione n. 30/1984 del Dipartimento di Costruzioni dell’Università degli Studi di Firenze, Facoltà di Architettura.
- [2] **L. Benouville**, “**Etude sur la Cathédrale du Beauvais**”, Encyclopedie de Architecture, serie 4, Paris 1891-92, IV, 52-54 , 60-62, 68-70.
- [3] **P. Sejourné**, “**Grandes voutes**”, 6 volumes, Bourges, 1913-16.
- [4] **J. Heyman**, “**The masonry arch**”, Ellis Sorwood, Chichester, 1982.
- [5] **S. Briccoli Bati, M. Paradiso, G. Tempesta**, “**Sul calcolo degli archi in muratura**”, pubblicazione n. 1/89 del Dipartimento di Costruzioni dell’Università degli Studi di Firenze, Facoltà di Architettura.
- [6] **S. Briccoli Bati, M. Paradiso, G. Tempesta**, “**Archi in muratura soggetti a carichi e cedimenti delle imposte**”, in: Riv. Costruire in Laterizio, pp.436-443, n.60/97.
- [7] **V. Franciosi**, “**Verifica sismica delle grosse opere in muratura**”, in: Atti del Convegno di Ingegneria antisismica e protezione civile, Comune di Ragusa, 7-20 ottobre 1981.
- [8] **F. Fontanella, A. Pasquali**, “**Calcolo Numerico, Metodi e Algoritmi**”, Vol. 1, Pitagora Editrice, Bologna.
- [9] **S. Di Pasquale, C. Messina, L. Paolini, B. Furiozzi**, “**Corso di Costruzioni: Vol. 3, Tecniche dei Sistemi Strutturali**”, Le Monnier, Firenze, 1995.
- [10] **B. Furiozzi, C. Messina, L. Paolini**, “**Prontuario per il Calcolo di Elementi Strutturali**”, Le Monnier, Firenze, 1998.
- [11] **ERTAG**, “**Tecnica e pratica del recupero edilizio**”, Alinea Editrice, Firenze, 1994.
- [12] **C. Modena, M. Valdemarca, M.R.Valluzzi**, “**Volte murarie rinforzate mediante FRP: Analisi sperimentale e modellazione del comportamento**”, Riv. L’Edilizia, n.5/6-1999 (pp. 26-32) e 7/8-1999 (pp. 42-49).
- [13] **L. Jurina**, “**L’Arco armato nel consolidamento di archi e volte in muratura**”, Riv. Recupero e Conservazione, De Lettera Editore, Milano, aprile-maggio 2000, pp. 54-61.
- [14] **P. Faccio, P. Foraboschi**, “**Volte a botte ed archi**”, Riv. L’Edilizia, Milano, aprile-maggio 2000, pp. 48-56.
- [15] **C. Guidi**, “**Lezioni sulla Scienza delle Costruzioni**”, Parte Terza, V.Bona, Torino, 1934.
- [16] **J. M. Delbecq**, “**Les ponts en maçonnerie**”, Ministère des Transports, SETRA, Paris, 1982.
- [17] **Regione dell’Umbria**, “**Manuale per la riabilitazione e la ricostruzione postsismica degli edifici**”, a cura di **F.Gurrieri**, DEI Tipografia del Genio Civile, Roma, 1999.

Importanti memorie relative all’argomento sono inoltre le seguenti:

**S. Briccoli Bati, M. Paradiso, G. Tempesta**, “ **Analysis of masonry structures modelled by a set of rigid blocks and unilateral contact constraints** ”, Fourth International Symposium on Structural Masonry, STRUMAS, Firenze, 1997.

**S. Briccoli Bati, M. Paradiso, G. Tempesta**, “**Failure analysis of masonry structures subjected to in-plane actions and external settlements**”, 4th EUROMECH Solid Mechanics Conference, Metz, France, 2000.

**M. Paradiso, G. Tempesta**, “**A numerical model for seismic strengthening evaluation of masonry arches with carbon fibres**”, 5th International Congress on Restoration of Architectural, Heritage 2000, Firenze, Italy, 2000.

**S. Briccoli Bati, M. Paradiso, G. Tempesta**, “**Analysis of masonry structures modelled on rigid blocks and unilateral elastic contact constraints**”, Fifth International Conference on Computational Structures Technology, Leuven, Belgium, 2000

**Stefano Galassi**, “**‘X-Vaults’, un software per lo studio della stabilità di sistemi voltati in muratura**”, tesi di laurea, a.a. 2002-2003, relatore Prof. Michele Paradiso, Dipartimento di Costruzioni, Facoltà di Architettura, Università degli Studi di Firenze



**SVM 2004** (c) 2003-2004 *AEDES Software per Ingegneria Civile s.a.s.*

## **SISTEMI VOLTATI IN MURATURA**

### **AVVERTENZE E CONDIZIONI D'USO**

La AEDES Software s.a.s. si riserva il diritto di apportare miglioramenti o modifiche al programma SVM 2004, descritto nella documentazione ad esso associata, in qualsiasi momento e senza preavviso.

La documentazione annessa a SVM 2004 potrebbe contenere informazioni tecniche inconsistenti od errori tipografici. Le correzioni relative saranno incluse nelle versioni di aggiornamento.

SVM 2004 è di esclusiva proprietà della AEDES e viene concesso in uso non esclusivo secondo i termini e le condizioni riportati nel contratto di licenza d'uso. L'utente non avrà diritto ad utilizzare SVM 2004 fino a quando non avrà sottoscritto la suddetta licenza d'uso.

L'utente è responsabile della scelta di SVM 2004 al fine del raggiungimento dei risultati voluti, nonché dell'installazione, dell'uso dello stesso e dei relativi risultati.

Le sole garanzie fornite dalla AEDES in merito a SVM 2004 sono quelle riportate nella licenza d'uso. La AEDES non garantisce che le funzioni contenute in SVM 2004 soddisfino le esigenze dell'utente o funzionino in tutte le combinazioni che possono essere scelte per l'uso da parte dell'utente.

I nomi dei prodotti citati nella documentazione di SVM 2004 possono essere marchi di fabbrica o marchi registrati dalle rispettive società.

*Questo software, come tutti i programmi della AEDES, si propone di costituire un supporto tecnico capace di unire la rigorosità e completezza della trattazione teorica all'applicazione pratica progettuale, al fine di aiutare il progettista nella corretta analisi dell'intervento strutturale.*

*Osservazioni e suggerimenti saranno graditi e verranno esaminati ed accolti per proseguire con i miglioramenti e gli ampliamenti dell'opera nelle successive edizioni.*

**SVM 2004 (c) 2003-2004 AEDES Software per Ingegneria Civile s.a.s.**

## **SISTEMI VOLTATI IN MURATURA**

### **B. MANUALE D'USO DI SVM 2004 58**

#### **B.1. INTRODUZIONE 58**

- B.1.1. GENERALITA' 58
- B.1.2. AMBIENTE DI LAVORO 59
- B.1.3. GESTIONE DEI DATI 60

#### **B.2. FINESTRA SVM: VISTA GENERALE 62**

- B.2.1. Menu FILE 62
- B.2.2. Menu MODIFICA 63
  - B.2.2.1. TOOL VISUALIZZATORE DEI CARICHI 64
    - B.2.2.1.1. FINESTRA DI DIALOGO CARICO # 64
  - B.2.2.2. TOOL CONDIZIONI AL CONTORNO 65
    - B.2.2.2.1. FINESTRA DI DIALOGO ARCO PERIMETRALE # 65
    - B.2.2.2.2. TOOL FORZA SUL PIEDRITTO # 66
    - B.2.2.2.1. FINESTRA DI DIALOGO PIEDRITTO # --- FORZA CONCENTRATA # --- 66
- B.2.3. Menu VISUALIZZA 67
- B.2.4. Menu ESEGUI 67
  - B.2.4.1. RISULTATI DELL'ELABORAZIONE 70
  - B.2.4.2. ANALISI STRUTTURALE 70
  - B.2.4.3. GRAFICA E TESTO 73
- B.2.5. Menu OPZIONI 73
  - B.2.5.1. PREFERENZE 73
    - B.2.5.1.1. Scheda 'DISEGNO' 74
    - B.2.5.1.2. Scheda 'TOLLERANZA ANGOLI' 75
    - B.2.5.1.3. Scheda 'TOLLERANZA DISTANZE' 76
    - B.2.5.1.4. Scheda 'GUSTI PERSONALI' 77
    - B.2.5.1.5. Scheda 'AVANZATE' 78
- B.2.6. Menu FINESTRA 79
  - B.2.6.1. FINESTRA TIPOLOGIA VOLTA 79
  - B.2.6.2. FINESTRA DATI VOLTA 80
    - B.2.6.2.1. Dati VOLTA 80
    - B.2.6.2.2. Scheda 'PIANTA' 80
    - B.2.6.2.3. Scheda 'PIEDRITTI' 81
    - B.2.6.2.4. Scheda 'CALOTTA E RINFIANCO' 81
    - B.2.6.2.5. Scheda 'SOTTOFONDO E PAVIMENTO' 81
    - B.2.6.2.6. Scheda 'SOVRACCARICO' 82
    - B.2.6.2.7. Volta a TUTTO SESTO 83
    - B.2.6.2.8. Volta ELLITTICA 84
    - B.2.6.2.9. Volta a OGIVALE 85
    - B.2.6.2.10. Volta a POLICENTRICA A TRE CENTRI 86
  - B.2.6.3. FINESTRA SVM: VISTA GENERALE 87
  - B.2.6.4. FINESTRA PIANTA DELLA CROCIERA 88
    - B.2.6.4.1. Menu FILE 88
    - B.2.6.4.2. Menu MODIFICA 88
    - B.2.6.4.3. Menu OPZIONI 89
    - B.2.6.4.4. Menu DISEGNO 89
      - B.2.6.4.4.1. FINESTRE LUNETTA # e FINESTRE ARCO DIAGONALE # 89
        - B.2.6.4.4.1.1. Menu FILE 92
        - B.2.6.4.4.1.2. Menu MODIFICA 92
        - B.2.6.4.4.1.3. Menu OPZIONI 92
        - B.2.6.4.4.1.4. Menu DISEGNO 92
        - B.2.6.4.4.1.5. Menu CONCIO 92
      - B.2.6.4.4.2. FINESTRA RISULTATI GEOMETRICI CALOTTA 94
    - B.2.6.4.4.2.1. Menu FILE 94
    - B.2.6.4.4.2.2. Menu MODIFICA 95

B.2.6.5. FINESTRE ARCO PERIMETRALE “#”	96
B.2.6.5.1. Menu FILE	96
B.2.6.5.2. Menu MODIFICA	97
B.2.6.5.3. Menu OPZIONI	97
B.2.6.5.4. Menu DISEGNO	97
B.2.6.5.5. FINESTRA RISULTATI GEOMETRICI ARCHI PERIMETRALI	98
B.2.6.5.5.1. Menu FILE	99
B.2.6.5.5.2. Menu MODIFICA	99
B.2.6.6. FINESTRA GEOMETRIA PIEDRITTI	100
B.2.6.6.1. Menu FILE	100
B.2.6.6.2. Menu MODIFICA	100
B.2.6.6.3. Menu OPZIONI	101
B.2.6.6.4. Menu DISEGNO	101

### **B.3. FILES DXF 102**

B.3.1. OUTPUT SU FILES DXF	102
----------------------------	-----

### **B.4. BARRA DEGLI STRUMENTI 104**

### **B.5. SUGGERIMENTI SULL'USO INFORMATICO 107**

B.5.1. COME FARE PER...	107
B.5.1.1. SALVARE UNA SCHERMATA	107
B.5.1.2. SELEZIONARE TESTO IN UNA FINESTRA E COPIARLO ALTROVE	107
B.5.1.3. INSERIRE NELLA RELAZIONE LE FIGURE DELLE FINESTRE GRAFICHE	107
B.5.1.4. MIGLIORARE LA VISUALIZZAZIONE DEI DIAGRAMMI	108
B.5.1.5. VISUALIZZARE LE REAZIONI D'IMPOSTA	108
B.5.1.6. BARRA DEGLI STRUMENTI INCOMPLETA	108
B.5.1.7. FINESTRE SOVRAPPOSTE	108
B.5.1.8. APRIRE I FILES DI SVM SALVATI	109

### **B.6. SUGGERIMENTI SULL'USO INGEGNERISTICO 110**

B.6.1. COME FARE PER...	110
B.6.1.1. CONSIGLI SULLA SUDDIVISIONE DELLA VOLTA IN ARCHI E CONCI	110
B.6.1.2. PROCEDIMENTO ITERATIVO NON CONVERGENTE	110
B.6.1.3. INSERIMENTO DI FORZE CONCENTRATE SULLA CALOTTA	110
B.6.1.4. PIEDRITTI E CALOTTA DI DIVERSO MATERIALE	111
B.6.1.5. SEQUENZA DI VOLTE A CROCIERA (PORTICATI)	112

## B. MANUALE D'USO DI SVM 2004

### B.1. INTRODUZIONE

#### B.1.1. GENERALITA'

**SVM 2004 è un software di analisi strutturale** per volte a crociera in muratura, **completo** di tutte le fasi di **introduzione dati, elaborazioni di calcolo, trattamento dei risultati** anche sotto forma di **post-elaborazioni grafiche**. SVM 2004 colloquia con i programmi di CAD sia per la fase di output (restituzione dei disegni elaborati), e con i word-processor quali Microsoft Word per la compilazione della relazione di calcolo.

**Le principali caratteristiche di SVM 2004 sono:**

**Dal punto di vista ingegneristico:**

- \* Verifica di Stabilità di Volte a Crociera in Muratura. **Analisi statica** sotto un sistema di forze, con scomposizione delle lunette in archi ideali e definizione del poligono funicolare e delle caratteristiche di sollecitazione nei conci di ogni arco, secondo il **metodo** messo a punto e sperimentato dai Prof. Paradiso e Prof. Tempesta del Dipartimento di Costruzioni, Facoltà di Architettura, Università degli Studi di Firenze, **fondato sulle ipotesi di J.Heyman**. Superamento dei limiti dei metodi tradizionali (ad esempio, il metodo di Mery).
- \* Aree di carico verticali, distribuite sulla calotta, e in posizione qualsiasi. Geometria delle volte: tipo 1, a **tutto sesto**; tipo 2, a **sesto ellittico**; tipo 3, a **sesto acuto**; tipo 4, a **sesto policentrico** (curva a tre centri).
- \* Analisi dello stato tensionale sui giunti dei conci.
- \* Definizione delle **condizioni al contorno**, indispensabili per la stessa esistenza della volta a crociera: gli archi perimetrali e/o pareti d'ambito e piedritti di sostegno. **Analisi statica** di tali archi, sollecitati da carichi verticali quali il peso proprio, l'eventuale rinfianco, sottofondo e pavimento, il sovraccarico accidentale. Calcolo delle azioni sui piedritti.
- \* Forze concentrate aggiuntive sugli archi perimetrali, applicabili su ciascun concio, con componenti spaziali nelle tre direzioni degli assi cartesiani (x,y,z).
- \* Analisi statica dei **piedritti**, calcolo delle azioni trasmesse a terra per la verifica al ribaltamento (due forze in direzione tagliante, uno sforzo normale, due momenti flettenti, un momento torcente. Conoscenza delle due eccentricità dello sforzo normale rispetto al baricentro e del braccio di torsione.
- \* Forze concentrate aggiuntive sui piedritti, ovunque applicabili, con componenti spaziali nelle tre direzioni degli assi cartesiani (x,y,z), utili per simulare interventi di consolidamento con catene e/o le interazioni provenienti da crociere adiacenti.
- \* Molto versatile nelle applicazioni complesse: di facile uso anche in casi di edifici costituiti da maglie di crociere affiancate.
- \* Particolarmente indicato per la corretta valutazione degli **interventi su strutture a volta** inserite in organismi edilizi monumentali.

### Dal punto di vista informatico e gestionale:

\* **Input** immediato per **geometrie notevoli**, con visualizzazione interattiva in 2D. Tutte le **elaborazioni grafiche** per dati e risultati sono parametrizzabili ed esportabili su DXF, compatibili con i programmi di CAD: *ciò che vedi è ciò che ottieni su CAD!* Esportazione anche su bitmap: *semplicissimo corredare di disegni la Relazione di Calcolo!*

\* Interfaccia grafica di Windows con **barra degli strumenti** per l'esecuzione rapida di tutti i principali comandi.

\* Numerosi **Parametri di Calcolo** selezionabili a piacere dall'Utente (e comunque preimpostati per chi desidera eseguire rapidi calcoli standard) in modo da lasciare al progettista il **controllo** dell'analisi strutturale.

\* **Relazione di calcolo** su files RTF, compatibile con word-processor (come Microsoft Word), già formattata e pronta per la stampa.

\* **Guida in linea** su testo e ipertesto, completa di **Manuale d'uso** ed **Esempi Applicativi**, con numerose illustrazioni, consultabile con Adobe Acrobat Reader®. Guida Rapida all'installazione.

\* Come per tutti i software AEDES, **supporto tecnico su Internet**, al sito: [www.aedes.it](http://www.aedes.it), dove apposite pagine sono dedicate alle **FAQ** (domande e risposte più frequenti).

### B.1.2. AMBIENTE DI LAVORO

SVM opera con una disposizione di finestre ottimizzata (nel seguito: disposizione di default), che l'utente può comunque variare come preferisce. Come ogni altro programma progettato per il sistema operativo Windows, SVM può essere aperto contemporaneamente ad altri software; pertanto l'effettivo aspetto dello schermo, nel corso dell'uso di SVM, dipende dalla configurazione in quel momento determinata dall'utente.

Nella schermata di default di SVM, sotto al titolo e alla barra dei menu sono presenti:

- la **barra degli Strumenti**, che consente l'esecuzione rapida di molti comandi principali di SVM;
- la **finestra grafica** ("**SVM: vista generale.**"), che evidenzia la metodologia secondo la quale la scatola interna della volta a crociera viene scomposta in archi elementari, gli archi delle quattro lunette più i due arconi diagonali;
- le **finestre di testo** per l'inserimento dei dati geometrici e di carico. Le finestre di testo sono le seguenti:  
**Tipologia Volta, Dati Volta.**

La **finestra grafica** "**SVM: vista generale.**" è la **principale**: essa contiene i comandi fondamentali di creazione, apertura e salvataggio di volte, ed il comando di uscita dal programma. *Ogni sessione di SVM inizia con l'attivazione delle finestre SVM: vista generale e Tipologia Volta, e termina con la chiusura attraverso l'apposito comando Esci (CTRL + Q) del menu File.*

In SVM vengono inoltre utilizzate **finestre di dialogo** e **tools**, per richiedere l'inserimento dei dati necessari per continuare le operazioni, o per visualizzare informazioni. Questo tipo di finestre non è dotato di specifici menu.

- **Preferenze**, costituita da schede per mezzo delle quali si ha la possibilità di personalizzare ogni file con colori di fondo e colori del disegno e per mezzo delle quali si inseriscono e selezionano i parametri in base ai quali verrà eseguito il calcolo;
  - **Visualizzatore dei carichi**, una tool per mezzo della quale si definiscono le aree di carico aggiuntive sulla superficie del pavimento della scatola interna della crociera (aree di carico sono ad esempio l'impronta di un setto divisorio dell'ambiente sovrastante alla crociera);
  - **Condizioni al contorno**, una tool che permette con un click l'inserimento di archi perimetrali, ove presenti, e l'apertura della tool "Forze sul piedritto #i" con un click su uno dei quattro piedritti;
  - **Forze sul piedritto #i**, la tool dedicata all'inserimento delle forze aggiuntive sui piedritti. Il piedritto sul quale si desidera lavorare viene scelto dalla tool di cui sopra;
- E' infine presente la finestra della **Guida in linea** che richiama files di Adobe Acrobat Reader®.

Una **tool** è una finestra di strumenti sempre in primo piano che permette la gestione delle aggiunte.

Una **finestra** è **'aperta'** quando è stata chiamata e non è stata ancora chiusa.

La **finestra 'corrente'** è la finestra attiva (si dice anche che ha il fuoco), cioè quella che riceve i comandi: il suo bordo del titolo appare in evidenza, mentre i bordi del titolo di tutte le altre finestre contemporaneamente aperte vengono posti in luminosità ridotta.

I **dati** sono inseriti nelle rispettive finestre, attraverso l'inserimento nei campi (finestra Dati Volta e finestra di dialogo Preferenze) o con le tools che gestiscono le aggiunte (Visualizzatore dei carichi, Condizioni al contorno, Forze sul piedritto #i).

I **comandi** di SVM vengono generalmente assegnati tramite i menu associati alle finestre. Ogni finestra ha il proprio gruppo di menu, inerenti le particolari funzionalità richieste durante l'attivazione della finestra stessa. Vi sono alcuni menu comuni a più finestre.

### B.1.3. GESTIONE DEI DATI

In SVM, i dati inerenti la scatola interna della volta, suddivisi in: Tipologia Volta, Dati Volta (Pianta, Piedritti, Calotta e Rinfianco, Sottofondo e Pavimento, Sovraccarico), sono gestiti attraverso campi di inserimento testo, opzioni da attivare, pulsanti di comando e bottoni animati da premere.

I **bottoni animati**, nella finestra Tipologia Volta, consentono la scelta tipologica della crociera (Tipo1: a tutto sesto, Tipo2: ellittica, Tipo3: ogivale, Tipo4: policentrica a tre centri. L'evento click carica la finestra Dati Volta per il tipo scelto.

I **campi di inserimento testo** si trovano nelle finestre Dati Volta e consentono la definizione dei parametri geometrici e di carico della calotta.

Per confermare il testo e attivare il campo successivo, al termine della digitazione, utilizzare il tasto TAB (tabulazione); per confermare l'inserimento di tutti i dati usare INVIO, oppure fare clic sul pulsante OK. Premendo ESC senza aver precedentemente confermato con INVIO, il testo digitato viene rimosso ed il dato riacquista il valore precedente.

L'unico **pulsante di opzione** si trova nella finestra Dati Volta, nella scheda Sovraccarico. Si riferisce alla scomposizione della calotta in archi ideali e permette di generare una scomposizione più fitta o più rada o comunque sia differente da quella proposta di default da SVM. Un consiglio sincero è quello di utilizzare questa opzione esclusivamente per migliorare le prestazioni di calcolo e quindi nel solo caso in cui si desideri accrescere il numero di archi ideali. Il caso opposto è fortemente sconsigliato nell'interesse di un output numerico strutturale attendibile.

I dati, invece, inerenti gli archi perimetrali, suddivisi in: Arco Perimetrale "#" (finestra di dialogo generata dal click sulla rappresentazione grafica degli archi nella tool Condizioni al contorno) e in Arco Perimetrale "#" (finestra grafica che viene attivata dalla voce di menu Finestre → Archi Perimetrali della finestra "SVM: vista generale." (il "#" può essere una delle lettere "A", "B", "C", "D" a seconda dell'arco oggetto di analisi), sono gestiti attraverso campi di inserimento testo, opzioni da attivare e pulsanti di comando.

I **campi di inserimento testo** si trovano sia nelle finestre di dialogo che nelle finestre grafiche Arco Perimetrale "#" e consentono, nel primo caso la definizione dei parametri geometrici e di carico dell'arco selezionato (di default SVM propone gli stessi dati della lunetta con cui confina), nel secondo l'inserimento di forze aggiuntive su ogni concio dell'arco con componenti nelle tre direzioni del riferimento spaziale (x,y,z). Tali forze si intendono applicate nel baricentro dei conci.

Per confermare il testo e attivare il campo successivo, al termine della digitazione, utilizzare il tasto TAB (tabulazione); per confermare l'inserimento di tutti i dati usare INVIO, oppure fare clic sul pulsante OK.

I **pulsanti di opzione** si trovano nella finestra di dialogo Arco Perimetrale "#". Per mezzo di questi si definisce la tipologia dell'arco perimetrale che può essere, in accordo con la scatola interna della volta, ancora a tutto sesto, ellittico, ogivale, policentrico a tre centri.

L'unico **pulsante di comando** significativo è nella finestra grafica Arco Perimetrale “#”. Si chiama INSERISCI ed è la sua pressione che inserisce effettivamente le forze aggiuntive sul concio selezionato dell'arco.

I dati, invece, inerenti le forze aggiuntive sui piedritti, si trovano in: Piedritto “#” ---Forza concentrata # --- (finestra di dialogo generata dal click sulla rappresentazione grafica dei piedritti nella tool Condizioni al contorno) (il “#” può essere uno qualsiasi dei seguenti numeri “1”, “2”, “3”, “4” a seconda del piedritto oggetto di analisi e del numero di forza che viene inserita; su uno stesso piedritto possono infatti essere inserite numerose forze) e sono gestiti esclusivamente attraverso campi di inserimento testo.

I **campi di inserimento testo** della finestra di dialogo Piedritto “#” ---Forza concentrata # --- consentono la definizione dei punti di applicazione della forza sul piedritto selezionato e l'intensità delle sue tre componenti nelle direzioni del riferimento spaziale (x,y,z).

Per confermare il testo e attivare il campo successivo, al termine della digitazione, utilizzare il tasto TAB (tabulazione); per confermare l'inserimento di tutti i dati usare INVIO, oppure fare clic sul pulsante OK

Anche i dati inerenti le aree di carico aggiuntive sulla calotta, che si trovano in: --- Carico “#” --- (finestra di dialogo generata dal click dei pulsanti di comando posti nella tool Visualizzatore dei carichi) (il “#” è un numero intero che identifica il carico; possono infatti essere inseriti numerosi carichi) sono gestite esclusivamente attraverso campi di inserimento testo.

I **campi di inserimento testo** della finestra di dialogo --- Carico “#” --- consentono la definizione della posizione e dell'ampiezza di ogni area di carico e la densità di carico.

Per confermare il testo e attivare il campo successivo, al termine della digitazione, utilizzare il tasto TAB (tabulazione); per confermare l'inserimento di tutti i dati usare INVIO, oppure fare clic sul pulsante OK.



## B.2. FINESTRA “SVM: VISTA GENERALE”

La **finestra “SVM: vista generale.”** è la **principale**: essa contiene i comandi fondamentali di creazione, apertura e salvataggio di volte, ed il comando di uscita dal programma. *Ogni sessione di SVM inizia con l'attivazione della finestra “SVM: vista generale.”*, e termina con la sua chiusura tramite il comando Esci (CTRL + Q) del menu File.

**SVM 2004** è **installato nella directory \AEDES2004\SVM**, mentre le **Volte** dell'Utente vengono **archivate**, in un formato proprio del programma, **nella sottodirectory \AEDES2004\SVM \VOLTE**.

SVM crea inoltre due sottodirectory:

**\AEDES2004\SVM\SERVIZIO**

all'interno della quale vengono collocati i files temporanei ad uso interno di SVM, e

**\AEDES2004\SVM\OUTPUT**

contenente i files di testo (RTF) e grafici (DXF e BMP) elaborati da SVM.

Analogamente alla directory \VOLTE, sono presenti altre due directory dedicate agli esempi forniti in dotazione a SVM:

**\ES-APPRENDI**, contenente gli esempi di apprendimento,

**\ES-PROGETTI**, contenente gli esempi di studio e progettazione.

La directory \AEDES2004\OUTPUT può essere periodicamente svuotata, laddove non interessino più i files grafici e di testo elaborati in precedenza da SVM.

L'assenza di tutte le sottodirectory \AEDES2004\SVM\...., non interferisce con il normale funzionamento del programma: SVM 2004 infatti provvede da solo alla loro creazione quando necessario. E' sconsigliata invece l'eliminazione della volta di avvio, senza la quale fallisce il lancio del programma.

Nel seguito, per 'archivio' si intende una volta salvata nel formato XDM (formato di SVM) nella sottodirectory \AEDES2004\SVM\VOLTE.

Il nome dell'archivio (o equivalentemente: della Volta) è riportato nella barra del titolo, in alto sullo schermo, accanto al nome del programma.


Le operazioni di archiviazione (o salvataggio), di apertura di archivi esistenti e di creazione di nuove Volte, vengono effettuate da SVM attraverso i comandi del menu File della finestra “SVM: vista generale”.

### B.2.1. Menu FILE

Le operazioni di archiviazione (o salvataggio), di apertura di archivi esistenti e di creazione di nuove Volte, vengono effettuate da SVM attraverso i comandi del Menu File.

Dai comandi del Menu File è possibile, inoltre, elaborare files DXF e l'esportazione di archi recuperabili da SVM (quest'ultima funzione non è attualmente disponibile e sarà fornita nei successivi aggiornamenti).

**Nuovo ( CTRL + N )** = Carica la volta impostata come volta di avvio e consente la creazione di una nuova Volta.

**Apri ( CTRL + O )** [ Barra degli Strumenti:  ] = Apre un archivio esistente, localizzato generalmente nella directory determinata dalla selezione effettuata su uno dei tre gruppi di archivi possibili: archi personali dell'Utente, volte di esempio per l'apprendimento (in dotazione di SVM), volte di esempio per lo studio e la progettazione (anch'essi in dotazione di SVM).

Alle tre selezioni competono tre percorsi di ubicazione degli archivi distinti; rispettivamente:


\AEDES2004\ SVM \VOLTE

\AEDES2004\ SVM \ES-APPRENDI

\AEDES2004\ SVM \ES-PROGETTI

L'archivio può essere esclusivamente nel seguente formato (individuato dal nome dell'estensione del file):


- XDM (formato di SVM);

**Salva (CTRL + S)** [ Barra degli Strumenti:  ] = Salva la Volta corrente, col nome del file attuale, nella directory in cui attualmente si trova.

Il formato XDM del file dati prevede l'archiviazione di tutti i dati collegati alla Volta. Le la Volta è stata calcolata, verranno salvate anche tutte le informazioni inerenti al calcolo, evitando la necessità di ricalcolo durante le sessioni successive.

Pur essendo il formato SVM in caratteri ASCII e quindi editabile, non si dovrebbero modificare i dati direttamente con un editor ASCII: le sequenze di formattazione (spazi e ritorni a capo interposti fra i valori dei dati) potrebbero essere alterate con successiva impossibilità di corretta riapertura in SVM.

**Salva con nome** = Richiede il nome della Volta prima di archivarla. Consente di salvare la Volta corrente con un altro nome, creando quindi un altro archivio. Effettuato il salvataggio con il nome specificato, questo è il nome che viene assunto come corrente.

**Esporta DXF** [ Barra degli Strumenti:  ] = Crea un file grafico, di estensione DXF, dell'intera geometria della volta a crociera, utilizzando molteplici layers sovrapposti (a seconda degli elementi di cui la volta attiva è costituita possono essere generati i layers 'Pianta', 'Lunetta A Arco #', 'Lunetta B Arco #', 'Lunetta C Arco #', 'Lunetta D Arco #', 'Arco diagonale #', 'Arco perimetrale #'). Il file, di default, viene scritto nella sottodirectory: \AEDES2004\SVM\OUTPUT

e può essere aperto da qualunque programma di CAD in grado di importare files in formato DXF (es. AutoCAD, AutoCAD LT). Il disegno importato si presenta, all'interno del programma di CAD, in formato vettoriale, ovvero composto da entità geometriche (linee, cerchi, archi test, ecc.) che lo rendono ridimensionabile in scala. Con questo metodo vengono normalmente editati i disegni tecnici.

Per il disegno DXF viene un particolare nome di file, che comunque l'utente può variare a piacere.

**Esporta archi verso SAY (C) AEDES** = Crea dei files di archi in formato SAV recuperabili ed analizzabili dal programma SAV. Funzione non disponibile per la versione attuale di SVM.

**Esci ( CTRL + Q )** = Questo comando pone termine alla sessione di lavoro con SVM.

L'uscita attraverso il comando di menu richiede sempre la conferma qualora vi siano modifiche in corso che richiedano il salvataggio della struttura corrente.

### B.2.2. Menu MODIFICA

SVM consente, per la volta in esame, l'aggiunta di carichi e di condizioni al contorno. Raro è infatti il caso in cui il problema in esame sia di completa simmetria geometrica e di carico. Le aggiunte disponibili sono: aree di carico rettangolare di dimensioni e ubicazione generiche sulla superficie della calotta, archi perimetrali che contengono la scatola interna della crociera di ogni tipo e geometria, forze concentrate aggiuntive sui quattro piedritti angolari su cui impostano la calotta e gli eventuali archi perimetrali. Laddove gli archi perimetrali non verranno impostati, si intenderanno presenti pareti perimetrali.

**Aggiungi \ Rimuovi Carichi** = Questo comando apre la tool Visualizzatore dei carichi per mezzo della quale è consentita l'aggiunta, la rimozione e la modifica di aree di carico sulla calotta.

**Condizioni al contorno** = Questo comando apre la tool Condizioni al contorno per mezzo della quale è consentita l'aggiunta e la modifica degli archi perimetrali (con un click sulla rappresentazione grafica degli archi) e l'apertura della tool Forze sul piedritto #, il cui funzionamento è identico a quello della tool succitata Visualizzatore dei carichi.

**Togli tutti gli archi perimetrali** = Questo comando elimina tutti gli archi perimetrali presenti.

## B.2.2.1.TOOL 'VISUALIZZATORE DEI CARICHI'

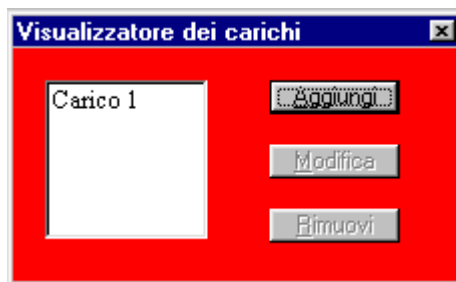


Fig. 1. La tool che gestisce le aree di carico sulla calotta.

Il pulsante '**Aggiungi**' consente l'inserimento di una nuova area di carico e la sua pressione porta in luce la finestra di dialogo --- Carico"#" ---.

Il pulsante '**Modifica**' consente la modifica di un'area di carico e la sua pressione porta in luce la finestra di dialogo --- Carico"#" ---. Si selezioni nel campo bianco il carico che si desidera modificare (in fig. 1 è presente un solo carico), dopo di che si preme il pulsante di modifica.

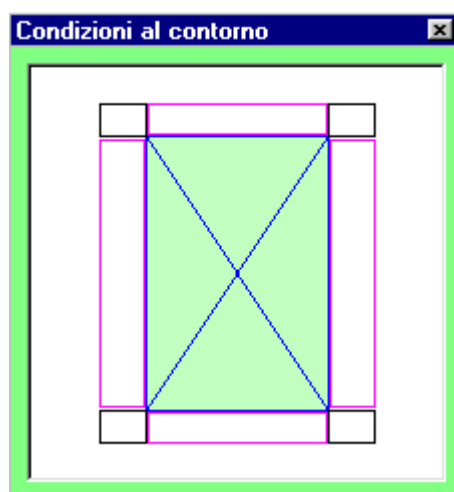
Il pulsante '**Rimuovi**' consente la rimozione dell'area di carico selezionata nel campo bianco.

## B.2.2.1.1.FINESTRA DI DIALOGO '--- CARICO " #" ---'

Fig. 2. La finestra di dialogo che gestisce le aree di carico sulla calotta.

Per inserire una nuova area di carico o modificarne una già presente immettere i valori numerici desiderati nei campi di scrittura e premere '**OK**'. Per uscire senza alcuna modifica premere invece '**Annulla**'.

## B.2.2.2.TOOL 'CONDIZIONI AL CONTORNO'



**Fig. 3.** La tool che gestisce l'aggiunta di archi perimetrali e forze sui piedritti.

Spostando il puntatore del mouse sulla rappresentazione grafica di uno dei quattro archi perimetrali (rettangoli viola) evidenzia di giallo l'arco e dopo pochi secondi appare anche la nomenclatura con cui SVM lo identifica. Il successivo evento click genera poi la finestra di dialogo Arco Perimetrale “#” per l'inserimento dei dati geometrici e di carico inerenti l'arco selezionato.

Spostando invece il puntatore del mouse sulla rappresentazione grafica di uno dei quattro piedritti (rettangoli neri) evidenzia di blu il piedritto e dopo pochi secondi appare anche la nomenclatura con cui SVM lo identifica. Il successivo evento click genera poi la finestra di dialogo Piedritto “#” ---Forza concentrata # --- per l'inserimento dei dati delle forze concentrate inerenti il piedritto selezionato.

## B.2.2.2.1.FINESTRA DI DIALOGO 'ARCO PERIMETRALE “#” '

Tipologia		Geometria	
<input checked="" type="radio"/>	Tutto sesto	Quota di imposta:	200 cm
<input type="radio"/>	Ellittico	Angolo di imposta:	0 °
<input type="radio"/>	Ogivale	Freccia:	100 cm
<input type="radio"/>	Tre centri		

Pesi specifici e materiali			
Muratura:	1800	kgf/mc	s: 30 cm
Rinfianco:	1200	kgf/mc	qr: 130 cm
Sottofondo:	1500	kgf/mc	s1: 5 cm
Pavimento:	1800	kgf/mc	s2: 4 cm
Sovraccarico Acc.:	250	kgf/mq	

Buttons: OK, Annulla

**Fig. 4.** La finestra di dialogo che gestisce l'aggiunta di archi perimetrali.

Per definire l'arco perimetrale selezionato o modificarne uno già presente sceglierne prima la tipologia per

mezzo dei pulsanti di opzione presenti nell'angolo in alto a sinistra, dopo di che immettere i valori numerici desiderati nei campi di scrittura e premere **'OK'**. Per uscire senza alcuna modifica premere invece **'Annulla'**. Di default SVM presenta tali campi già popolati dai valori corrispondenti alla lunetta di confine.

#### B.2.2.2.2.TOOL 'FORZE SUL PIEDRITTO "#" '

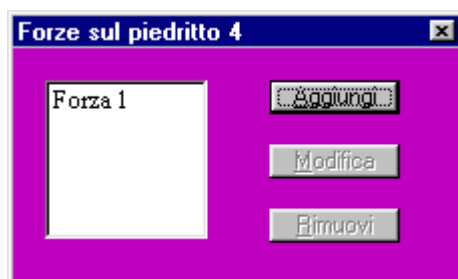


Fig. 5. La tool che gestisce le forze aggiuntive sui piedritti.

Il pulsante **'Aggiungi'** consente l'inserimento di una nuova forza concentrata sul piedritto selezionato (in figura è il piedritto 4) e la sua pressione porta in luce la finestra di dialogo Piedritto "#" ---Forza concentrata # ---. Il pulsante **'Modifica'** consente la modifica di una forza precedentemente definita e la sua pressione porta in luce la finestra di dialogo Piedritto "#" ---Forza concentrata # ---. Si selezioni nel campo bianco la forza che si desidera modificare (in fig. 1 è presente una sola forza), dopo di che si preme il pulsante di modifica. Il pulsante **'Rimuovi'** consente la rimozione della forza selezionata nel campo bianco.

#### B.2.2.2.2.1.FINESTRA DI DIALOGO 'PIEDRITTO "#" --- FORZA CONCENTRATA "#" '

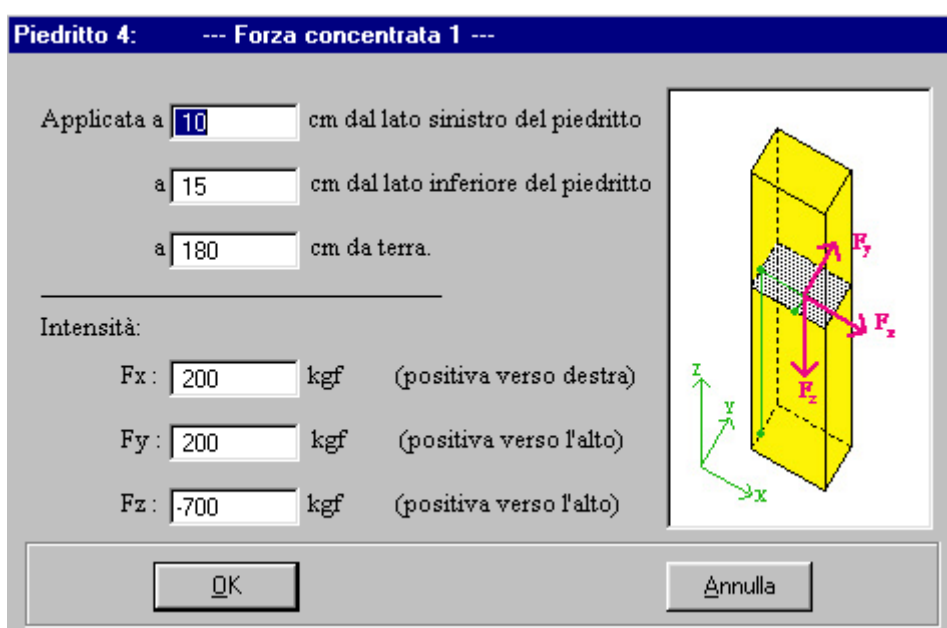




Fig. 5. La finestra di dialogo che gestisce le forze aggiuntive sui piedritti.


Per inserire una nuova forza concentrata sul piedritto selezionato o modificarne una già presente immettere i valori numerici desiderati nei campi di scrittura e premere **'OK'**. Per uscire senza alcuna modifica premere invece **'Annulla'**.

### B.2.3. Menu VISUALIZZA

Il menu visualizza è in SVM l'unico menu dinamico, che si popola di tanti sottomenu pari al numero di archi ideali in cui ogni lunetta della scatola interna della crociera è stata scomposta. Per una lunetta, ad esempio, di tre archi ideali saranno presenti i sottomenu:

**Mostra Arco 1** [ Barra degli Strumenti:  ] = Questo comando seleziona l'arco ideale numero 1 della volta.


**Mostra Arco 2** [ Barra degli Strumenti:  ] = Questo comando seleziona l'arco ideale numero 2 della volta.

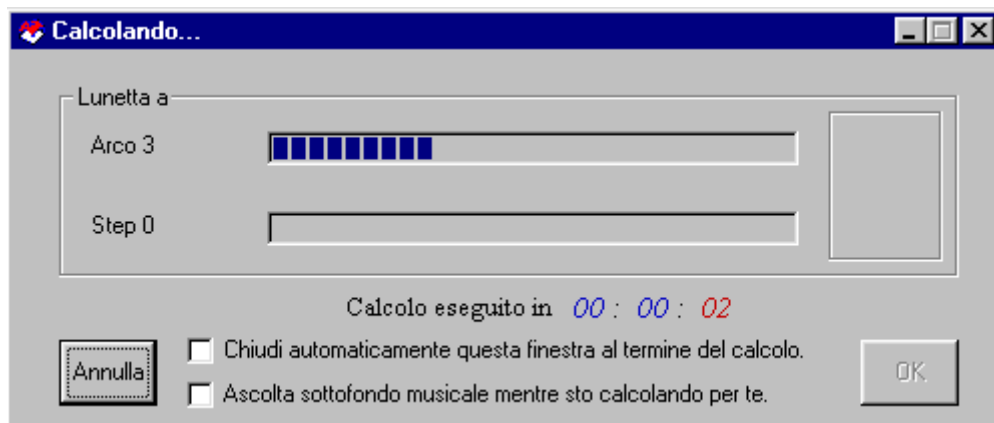
**Mostra Arco 3** [ Barra degli Strumenti:  ] = Questo comando seleziona l'arco ideale numero 3 della volta.

### B.2.4. Menu ESEGUI

In SVM, per la volta corrente vengono eseguiti tutti i calcoli coerenti con le scelte effettuate. Le scelte possibili sono disponibili nella finestra di dialogo Preferenze.

Prima di eseguire l'analisi, SVM provvede all'archiviazione automatica della configurazione corrente che si sta inviando al calcolo. Si controllino prima di ogni esecuzione del calcolo le preferenze strutturali di cui sopra.

**Calcola Struttura** [ Barra degli Strumenti:  ] = Esegue l'Analisi Statica dell'arco. In un'apposita finestra, vengono presentate la barre di avanzamento (in colore blu), indicatrici delle fasi successive di analisi:



**Fig. 6.** Barra di avanzamento, indicatrice delle fasi successive di analisi.

Nel corso dell'elaborazione, nella medesima finestra, vengono presentate due opzioni: la scelta della prima chiuderà questa finestra di dialogo al termine delle operazioni di calcolo, la scelta della seconda consentirà invece di ascoltare un brano musicale scelto dall'utente per tutto il corso dell'elaborazione dei dati. Infatti il procedimento di calcolo in presenza di volte di grandi dimensioni e in particolare in presenza di archi perimetrali può risultare piuttosto lungo. La scelta del brano musicale viene effettuata attraverso la scheda 'Gusti personali' posta nella finestra di dialogo Preferenze.

Un timer permette di conoscere la durata del tempo dell'elaborazione ed è funzione delle caratteristiche hardware e software della macchina su cui viene utilizzato SVM, nonché del numero delle applicazioni aperte in quello stesso momento.

**Risultati Lunette (arco selezionato)** = Visualizza la tendina dei menu dei risultati delle analisi inerenti i quattro archi ideali selezionati delle quattro lunette. Fino a quando la struttura non viene calcolata, questo menu apparirà in luminosità ridotta.

**Risultati calcolo strutturale** = Visualizza la finestra dove vengono presentati i risultati delle analisi inerenti i quattro archi ideali selezionati delle quattro lunette. Fino a quando la struttura non viene

calcolata, questo menu non sarà visualizzabile.

**Risultati Archi Diagonal** = Visualizza la tendina dei menu dei risultati delle analisi inerenti i due archi diagonal. Fino a quando la struttura non viene calcolata, questo menu apparirà in luminosità ridotta.

**Mostra sollecitazioni archi diagonal** = Visualizza la finestra dove vengono presentate le componenti delle interazioni trasmesse dagli archi ideali delle lunette agli archi diagonal. Ogni forza viene numerata progressivamente e presentata con una nomenclatura interna al programma e viene mostrato per ciascuna di esse l'intensità e il punto di applicazione. Si ricorda che gli archi ideali delle lunette sono pensati incastrati sugli archi diagonal e pertanto trasmettono a questi delle interazioni orizzontali (spinte) e verticali (carichi). Fino a quando la struttura non viene calcolata, questo menu non sarà visualizzabile.

**Risultati calcolo strutturale** = Visualizza la finestra dove vengono presentati i risultati delle analisi inerenti i due archi diagonal. Fino a quando la struttura non verrà calcolata, questo menu non sarà visualizzabile.

**Risultati Archi Perimetrali** = Visualizza la tendina dei menu dei risultati delle analisi inerenti i gli archi perimetrali che sono stati aggiunti come condizioni al contorno. Fino a quando la struttura non verrà calcolata, questo menu apparirà in luminosità ridotta.

**Mostra forze fuori piano** = Visualizza la finestra dove vengono presentate le componenti delle interazioni trasmesse dagli archi ideali delle lunette agli archi perimetrali. Ogni forza viene numerata progressivamente e presentata con una nomenclatura interna al programma e viene mostrato per ciascuna di esse l'intensità e il punto di applicazione. Si ricorda che gli archi ideali delle lunette sono pensati incastrati sugli archi diagonal e pertanto trasmettono a questi una parte delle interazioni orizzontali (spinte) e verticali (carichi) e agli archi perimetrali o pareti d'ambito la rimanente. Fino a quando la struttura non verrà calcolata, questo menu non sarà visualizzabile.


**Risultati calcolo strutturale** = Visualizza la finestra dove vengono presentati i risultati delle analisi inerenti i gli archi perimetrali che sono stati aggiunti come condizioni al contorno. Fino a quando la struttura non verrà calcolata, questo menu non sarà visualizzabile.

**Risultati Pareti Perimetrali** = Visualizza la finestra dove vengono presentati i risultati delle analisi inerenti le pareti perimetrali laddove non sono stati aggiunti degli archi perimetrali. Fino a quando la struttura non verrà calcolata, questo menu apparirà in luminosità ridotta. Non disponibile in questa versione.

**Risultati piedritti** = Visualizza la tendina dei menu dei risultati delle analisi inerenti i quattro piedritti. Fino a quando la struttura non verrà calcolata, questo menu apparirà in luminosità ridotta.

**Mostra sollecitazioni piedritti** = Visualizza la finestra dove vengono presentate, per ogni piedritto, tutte le forze aggiuntive definite dall'utente per mezzo della tool Condizioni al contorno, nella tool la Piedritto “#” ---Forza concentrata # --- e nella finestra di dialogo Piedritto “#” ---Forza concentrata # ---. Di ogni forza viene mostrato l'intensità nelle tre direzioni del sistema di riferimento spaziale e il punto di applicazione. L'aggiunta di tali forze risulta indispensabile qualora si desiderino simulare le azioni provenienti da crociere adiacenti a quella oggetto di analisi oppure per simulare l'azione di catene sugli archi perimetrali. Fino a quando la struttura non verrà calcolata, questo menu non sarà visualizzabile.

**Risultati calcolo strutturale** = Visualizza la finestra dove vengono presentati i risultati delle analisi inerenti i quattro piedritti. Sinteticamente vengono presentate le azioni trasmesse a terra, costituite da uno sforzo normale ( $F_z$ ) verticale verso il basso applicato in un centro di pressione di eccentricità ( $E_x$  ed  $E_y$ ) rispetto al baricentro della sezione posta al piede del piedritto, da due sforzi taglienti ( $F_x$  e  $F_y$ ) giacenti sulla sezione di base, il risultante dei quali fornisce indicazioni sulla sollecitazione torcente e dista dal baricentro una misura pari al braccio di torsione, e tre momenti, due flettenti ( $M_x$  e  $M_y$ ) ed uno torcente ( $M_z$ ). Fino a quando la struttura non verrà calcolata, questo menu apparirà in luminosità ridotta.

**Risposta Strutturale** [ Barra degli Strumenti:  ] = Visualizza la finestra dove vengono presentati i risultati delle analisi: sinteticamente, alle verifiche è associato un asterisco nel caso di archi non verificati. Fino a quando la struttura non verrà calcolata, questo menu apparirà in luminosità ridotta.

La maggior parte dei menu sopra elencati, quelli inerenti agli archi (ideali e reali) presenta anche, in tendina, un altro gruppo di sottomenu in grado di soddisfare la curiosità dell'utente che desideri entrare nel vivo del calcolo strutturale. Infatti vengono presentate tutte le matrici ed i vettori utilizzati in fase di calcolo.

**Mostra matrice di equilibrio A** = Visualizza la finestra dove viene presentata la matrice di equilibrio  $A$  dell'arco scelto. Detta anche matrice di assetto, è esclusivamente una funzione della geometria dell'arco. Fino a quando la struttura non verrà calcolata, questo menu non sarà visualizzabile.

**Mostra vettore dei carichi F** = Visualizza la finestra dove viene presentato il vettore dei carichi  $F$  dell'arco scelto. Ogni concio dell'arco, infatti, in condizioni di generalità, risulta sollecitato nel piano da una forze orizzontale, una verticale e al momento flettente, nello spazio da tre forze e da tre momenti. Fino a quando la struttura non verrà calcolata, questo menu non sarà visualizzabile.

**Mostra matrice inversa generalizzata G** = Visualizza la finestra dove viene presentata la matrice inversa generalizzata  $G$  dell'arco scelto. Poiché  $G$  viene ottenuta dall'inversione di  $A$ , anch'essa risulta una funzione dell'assetto geometrico dell'arco. Fino a quando la struttura non verrà calcolata, questo menu non sarà visualizzabile.

**Mostra matrice distorcente C** = Visualizza la finestra dove viene presentata la matrice distorcente  $C$  dell'arco scelto. Il metodo dell'inversa generalizzata fa uso di distorsioni ad hoc per cercare di ricavare un poligono funicolare tutto interno alla sagoma dell'arco. Infatti, per il teorema di Colonnetti, lo stato tensionale dovuto all'effettiva condizione di carico, può essere opportunamente manipolato con l'introduzione di distorsioni impresse in grado di generare delle coazioni. Fino a quando la struttura non verrà calcolata, questo menu non sarà visualizzabile.

**Mostra vettore dei risultati X** = Visualizza la finestra dove viene presentato il vettore  $X$  degli sforzi trasmessi, da concio a concio, attraverso l'interfaccia comune. Fino a quando la struttura non verrà calcolata, questo menu non sarà visualizzabile.

Eventuali modifiche dei dati che richiedano un ricalcolo della volta hanno l'effetto di cancellare l'eventuale precedente 'Risposta Strutturale', chiamata anche 'Rapporto di elaborazione', nonché tutti gli altri risultati strutturali dei menu di cui sopra.

La 'Risposta Strutturale' è funzionale ad una visualizzazione schematica immediata dei risultati; ovviamente per un approfondimento dettagliato del comportamento della volta sotto le azioni in input, occorre utilizzare le rappresentazioni grafiche di SVM, con le corrispondenti informazioni numeriche dettagliate presentate nelle finestre di testo visualizzate dai menu succitati.



### B.2.4.1. RISULTATI DELL'ELABORAZIONE

Nei paragrafi seguenti, sono indicate le descrizioni associate ai risultati ottenuti dall'Analisi Strutturale di SVM. Eseguita l'Analisi, è possibile visualizzare graficamente i risultati, e comporre una relazione di calcolo per la consultazione dettagliata dei valori dei diversi parametri.

Si consiglia di utilizzare le rappresentazioni grafiche, ed in particolare le post-elaborazioni eseguite da SVM per una dettagliata ed efficace comprensione del comportamento strutturale della volta a crociera.

### B.2.4.2. ANALISI STRUTTURALE

#### Modello di calcolo

La metodologia di calcolo è stata sviluppata dal Dipartimento di Costruzioni dell'Università degli Studi di Firenze, Facoltà di Architettura, autori: Prof. Arch. Michele Paradiso e Prof. Arch. Giacomo Tempesta, e si fonda sugli studi di Heyman, in accordo con i più avanzati studi del settore e supportata da indagini sperimentali condotte in ambito universitario. Una descrizione dettagliata è riportata nella documentazione associata al software SVM (volume 'La Teoria'); qui di seguito enunciamo i concetti fondamentali, riferiti ad un arco in muratura (non rinforzato).

Si considera, nel piano, un arco incastrato, costituito da 'n' conci e da 'm' = 'n+1' interfacce, su ciascuna delle quali agiscono le azioni interne N (sforzo normale), M (momento flettente) e T (taglio), per effetto del sistema di carichi applicati (peso proprio, altre azioni esterne). L'arco viene discretizzato, numerando i conci e le interfacce progressivamente da sinistra a destra.

I conci costituiscono gli 'elementi finiti' del modello; l'interfaccia consente la trasmissione degli sforzi da un concio a quello adiacente. Si può fare riferimento ai conci reali, separati da interfacce costituite dai giunti di malta; ma più in generale facciamo riferimento ad una suddivisione matematica dell'arco non necessariamente coincidente con i conci reali (i metodi numerici garantiranno comunque la validità del calcolo): questo permette di usare un numero di elementi finiti non eccessivo anche per archi di grandi dimensioni.

Il problema statico è retto dalla seguente formulazione:

$$(1) \quad AN + BM + CT = F$$

(dove A, B, C sono le matrici di configurazione geometrica relative rispettivamente ai vettori incogniti N, M e T, e F è il vettore dei carichi assegnati)

sotto le condizioni:

$$(2) \quad N_i \leq 0$$

e

$$(3) \quad \begin{aligned} N_i h_i - M_i &\geq 0 \\ N_i h_i + M_i &\geq 0 \end{aligned}$$

dove  $2h_i$  è l'altezza del concio i-esimo.

Le incognite sono le  $3m = 3(n+1) = 3n+3$  caratteristiche di sollecitazione agenti nelle interfacce, mentre le equazioni (1) sono pari al numero dei conci:  $3n$ .

Il sistema lineare (1) presenta quindi un numero di equazioni insufficienti: ciò è ovvio, dato il grado di indeterminazione del problema, pari a 3 incognite iperstatiche.

Le disequazioni (2) traducono la circostanza che l'interfaccia può trasmettere solo forza normale di compressione, mentre le (3) traducono il fatto che il poligono funicolare deve essere contenuto entro la sagoma dell'arco.

Le infinite soluzioni del sistema (1) possono quindi essere ridotte dalle condizioni (2) e (3).

Può anche accadere che non esista una soluzione che soddisfi contemporaneamente le equazioni e le disequazioni: in tal caso, la struttura non può essere in equilibrio sotto l'assegnata condizione di carico, ossia non esiste un poligono funicolare interno alla sagoma dell'arco in equilibrio con i carichi esterni: l'arco è instabile. Per la soluzione del problema, viene utilizzata la tecnica della 'matrice inversa generalizzata'.

Prima di illustrare il procedimento numerico, si reimposta il problema in maniera più vantaggiosa, ridefinendo il vincolo di connessione fra le facce di due conci generici attraverso tre bielle delle quali una tangente e le altre due con direzione ortogonale all'interfaccia rispettivamente nei punti di intradosso e di estradosso.

In tal modo, l'arco risulta costituito da blocchi rigidi connessi da tre bielle ideali unilateri, cioè in grado di trasmettere solo sforzi di compressione, a comportamento rigido-fessurante.

Indicando con:

$X_{1i}$  = sforzo nell'interfaccia 'i' nella biella di estradosso;

$X_{2i}$  = sforzo nella biella di intradosso;

$X_{3i}$  = sforzo nella biella tangente,

ed isolando il concio i-esimo, le tre equazioni di equilibrio del concio i-esimo (interessato dalle interfacce i e i+1) divengono:

$$(4) \quad \begin{aligned} X_{1,i} \cos\alpha + X_{2,i} \cos\alpha + X_{3,i} \sin\alpha - X_{1,i+1} \cos\beta - X_{2,i+1} \cos\beta - X_{3,i+1} \sin\beta + F_{1,i} &= 0 \\ X_{1,i} \sin\alpha + X_{2,i} \sin\alpha - X_{3,i} \cos\alpha - X_{1,i+1} \sin\beta - X_{2,i+1} \sin\beta + X_{3,i+1} \cos\beta + F_{2,i} &= 0 \\ -X_{1,i} d_{1,i} + X_{2,i} d_{2,i} + X_{3,i} d_{3,i} + X_{1,i+1} d_{1,i+1} - X_{2,i+1} d_{2,i+1} + X_{3,i+1} d_{3,i+1} + F_{3,i} &= 0 \end{aligned}$$

dove:

$X_i$  = azioni interne incognite (sforzi nelle bielle), pari a 3m (3 bielle per ognuna delle 'm' interfacce);

per quanto riguarda la convenzione sui segni: per le bielle normali  $X > 0$  se di compressione; per la biella tangente  $X > 0$  se corrisponde ad un abbassamento del semiarco di sinistra rispetto a quello di destra (convenzione opposta a quanto usualmente adottato per lo sforzo di taglio);

$F_{1i}, F_{2i}, F_{3i}$  = carichi esterni agenti sul concio (termini noti);

$d_{j,i}$  = distanza della direzione j (asse della biella) dal baricentro  $G_i$  del concio.

Il sistema lineare (4) può essere riscritto nella forma:

$$(5) \quad A X + F = 0$$

dove:

$$(6) \quad A = \begin{vmatrix} \cos\alpha & \cos\alpha & \sin\alpha & -\cos\beta & -\cos\beta & -\sin\beta \\ \sin\alpha & \sin\alpha & -\cos\alpha & -\sin\beta & -\sin\beta & \cos\beta \\ -d_{1,i} & d_{2,i} & d_{3,i} & d_{1,i+1} & -d_{2,i+1} & d_{3,i+1} \end{vmatrix} \in R^{3 \times 6}$$

$$X = \begin{vmatrix} X_{1,i} \\ X_{2,i} \\ X_{3,i} \\ X_{1,i+1} \\ X_{2,i+1} \\ X_{3,i+1} \end{vmatrix} \in R^{6 \times 1} (R^6)$$

$$F = \begin{vmatrix} F_{1,i} \\ F_{2,i} \\ F_{3,i} \end{vmatrix} \in R^{3 \times 1} (R^3)$$

essendo:

$A$  = matrice di assetto (o di configurazione geometrica, detta anche: matrice di equilibrio);

$X$  = vettore incognito degli sforzi nelle bielle;

$F$  = vettore dei termini noti (carichi assegnati);

$R^{n \times m}$  è l'insieme delle matrici reali aventi n righe e m colonne.

Le espressioni matriciali (6) si riferiscono al concio i-esimo. Il sistema completo della struttura globale (l'arco costituito da tutti i conci) viene costruito per assemblaggio dei singoli conci, cioè dei gruppi di 3 equazioni.

Eseguito l'assemblaggio, risulta:  $A \in R^{3n \times 3m}$ ,  $X \in R^{3m \times 1} (R^{3m})$ ,  $F \in R^{3n \times 1} (R^{3n})$ .

La (5) può anche essere scritta nella forma:

$$(7) \quad AX = F$$

adottando per i termini noti la convenzione sui segni opposta (in modo, dunque, che il carico verticale  $F_{2,i}$  sia positivo se rivolto verso il basso, come ad esempio il peso proprio).

Poniamo, per semplicità:

$$3n \rightarrow n$$

$$3m \rightarrow m$$

e quindi:

$$A \in R^{n \times m}, X \in R^m, F \in R^n.$$

Il sistema lineare è perciò 'rettangolare', cioè costituito da 'n' equazioni in 'm' incognite con  $n \neq m$ , e più precisamente:  $n < m$  (per l'esattezza:  $n = m-3$ ).

Il rango di  $A$  vale 'n', cioè le righe del sistema sono linearmente indipendenti tra loro ( $\det A \neq 0$ ).

Se i vincoli fossero tutti bilateri, cioè le bielle 1 e 2 (fig. 16) fossero in grado di trasmettere sforzi di trazione e di compressione, il sistema presenterebbe  $\infty^{m-n}$  ( $=\infty^3$ ) soluzioni tutte equilibrate (azioni interne in equilibrio con i carichi esterni).

Ma l'unilateralità dei vincoli (le bielle 1 e 2 possono reagire solo a compressione) impone la ricerca dell'insieme di soluzioni che soddisfano le equazioni di equilibrio (7) nel rispetto delle condizioni di segno:

$$(8) \quad X_{1,i} \geq 0, X_{2,i} \geq 0$$

Nel procedimento numerico, si ricerca anzitutto (utilizzando il metodo dell'inversa generalizzata) l'espressione generale delle  $\infty^{m-n}$  soluzioni del sistema rettangolare avente un numero di equazioni inferiore al numero delle incognite; in seguito, vengono introdotte le condizioni di segno per identificare le soluzioni realmente accettabili (cioè aventi significato fisico) per il problema in esame.

L'espressione generale detta ha la forma:

$$(9) \quad X = X_0 + C M, \quad \forall M \in R^m$$

dove la matrice  $C$  è definita da:

$$(10) \quad C = I - A^T (A A^T)^{-1} A, \quad C \in R^{m \times m}$$

essendo  $I$  la matrice identità di ordine  $m$

Nella (9) è presente l'arbitrarietà del vettore  $M$ . Dato che il sistema rettangolare (7) corrispondente al problema fisico esaminato presenta condizioni di segno, l'arbitrarietà di  $M$  può essere utilizzata per soddisfare le disequazioni (8). Il vettore  $M$  viene definito attraverso un procedimento iterativo, il cui scopo, ad ogni passo, è quello di annullare una componente di trazione, inaccettabile nella muratura.

E' quindi consentito un numero di passi preciso: essi al massimo possono essere 4 (passo iniziale + 3 iterazioni). Al passo 4, infatti, le componenti compensate sono 3, e corrispondono all'annullamento di tre sforzi normali in tre bielle.

Poiché l'annullamento dello sforzo in una biella corrisponde alla formazione di una cerniera all'intradosso o all'estradosso (a seconda, rispettivamente, che si tratti di  $X_{2,i}$  o  $X_{1,i}$ ), il numero delle cerniere non può essere maggiore di 3 perché l'arco si trasformerebbe in una struttura labile.

Generalizzando il metodo alla soluzione di strutture generiche a vincoli unilaterali, ciò significa che il numero delle iterazioni non può superare il grado di iperstaticità della struttura.

Se il procedimento è convergente, ossia ha termine all'iterazione  $k$  ( $1 \leq k \leq 3$ ), la curva delle pressioni (ottenuta attraverso il vettore soluzione degli sforzi nelle bielle) sarà tangente, in  $k$  interfacce, all'intradosso o all'estradosso, denunciando la formazione di  $k$  cerniere e le componenti  $X_1$  e  $X_2$  del vettore soluzione  $X$  saranno tutte  $\geq 0$ .

Se invece il procedimento non converge, ossia, eseguita la terza iterazione, continua a manifestarsi almeno un valore negativo tra gli sforzi nelle bielle, l'arco è instabile: non esiste quindi alcun poligono funicolare compatibile con i carichi applicati e con la sagoma dell'arco.

In ogni caso, l'applicazione della metodologia di calcolo illustrata fornisce sia una risposta immediata sulla stabilità dell'arco, evidenziandone la posizione della curva delle pressioni, sia il campo di azioni interne: esse possono essere utilizzate per ulteriori verifiche strutturali.

### Verifiche eseguite

SVM consente l'analisi di quattro verifiche fondamentali:

- 1) Equilibrio della volta a crociera (Verifica di Stabilità);
- 2) Equilibrio degli archi perimetrali spaziali (Verifica di Stabilità);
- 3) Verifica a ribaltamento dei piedritti.

Le verifiche 1) e 2) vengono direttamente eseguite applicando la metodologia di calcolo illustrata al paragrafo precedente. In particolare la 2) viene eseguita utilizzando un modello di schematizzazione dell'arco a otto bielle per ogni interfaccia, quattro che trasmettono gli sforzi normali poste sugli spigoli dell'interfaccia e quattro che trasmettono gli sforzi di taglio poste lungo i quattro lati dell'interfaccia.

La verifica 3), viene eseguita considerando tutte le forze trasmesse dalla scatola interna della crociera e dagli archi perimetrali ai piedritti, nonché l'entità del peso proprio dei piedritti stessi.

### Esplorazione dei risultati strutturali.

Si accede a tutti i risultati strutturali, esposti in formato di testo, dai sottomenu del menu 'ESEGUI' della finestra principale 'SVM: vista generale'. Ad esempio, per stimare sinteticamente la stabilità complessiva della volta, si scelga il comando 'Risposta strutturale' che aprirà una finestra che passa in rassegna tutti gli archi calcolati sottolineandone la stabilità o meno. Per i dettagli, invece, si consultino i sottomenu 'Risultati calcolo strutturale' dei gruppi di menu 'Risultati Lunette', 'Risultati Archi Diagonali', 'Risultati Archi Perimetrali' e 'Risultati Piedritti'.

#### B.2.4.3. GRAFICA E TESTO

Le varie opzioni grafiche e testuali di SVM si riferiscono alla rappresentazione di dati e di risultati delle analisi. In particolare, vengono eseguite importanti post-elaborazioni (ad esempio, la rappresentazione della curva delle pressioni con le eventuali cerniere di apertura).


Si accede alle varie finestre grafiche e di testo attraverso il 'Menu Finestra' della finestra principale 'SVM: vista generale'.

**Tutti i disegni** (dati, statici e sismici) caratterizzati dai parametri correnti, **sono esportabili su file DXF** per una successiva rielaborazione da programmi di CAD. E' inoltre possibile specificare la scala dei files DXF in output.

**Tutti i risultati geometrici e strutturali scritti**, caratterizzati dai parametri correnti, **sono esportabili su file RTF** per una successiva rielaborazione da programmi di scrittura.

#### B.2.5. Menu OPZIONI

Il menu Opzioni della finestra SVM: vista generale, consente di scegliere le preferenze.

**Preferenze** [ Barra degli Strumenti:  ] = Apre la finestra di dialogo 'Preferenze' costituita da schede, nelle quali si selezionano le opzioni di gradimento grafico e le opzioni secondo le quali eseguire l'analisi. Nel paragrafo seguente, le Preferenze vengono descritte in dettaglio.

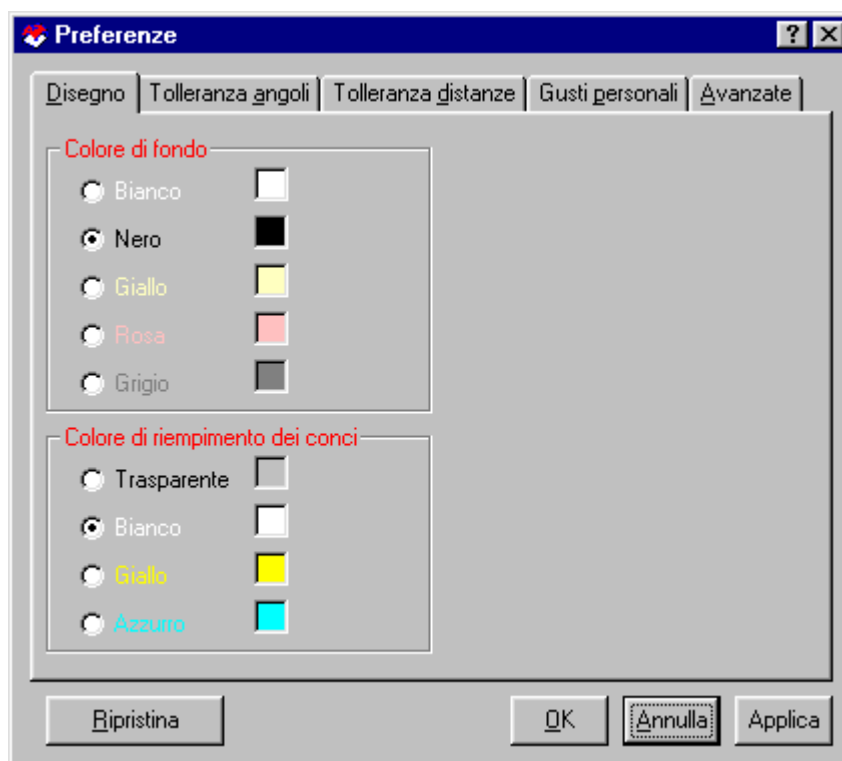
##### B.2.5.1. PREFERENZE

Nella finestra di dialogo Preferenze si possono specificare i valori di alcuni parametri che determinano lo svolgimento dei calcoli di SVM. SVM presenta, per questi parametri, valori di default che possono essere cambiati qualora si desideri impostare diversamente il calcolo. Per la volta corrente, essi vengono archiviati insieme a tutti gli altri dati, e quindi ripristinati quando tale volta viene riaperta.

Dopo eventuali modifiche, per confermare l'insieme dei dati visualizzati, selezionare il pulsante di comando 'OK' o 'APPLICA'. Con il pulsante di comando 'Annulla' vengono invece annullate le eventuali modifiche apportate, ritornando ai valori dei parametri precedenti l'apertura della finestra di dialogo. Il pulsante 'RIPRISTINA' consente invece di tornare ai valori di default forniti nel pacchetto di installazione di SVM. Dopo aver scelto 'RIPRISTINA' confermare sempre con 'OK' o con 'APPLICA'.

La finestra 'Preferenze' si compone di **cinque schede (Disegno, Tolleranza angoli, Tolleranza distanze, Gusti personali, Avanzate)**; nei paragrafi seguenti analizziamo in dettaglio ciascuna scheda.

#### B.2.5.1.1. SCHEDA 'DISEGNO'



**Fig. 7.** *Preferenze: scheda 'Disegno'.*

**Colore di fondo** = Consente di scegliere, per la volta corrente o per la volta di avvio, il colore dello sfondo delle caselle grafiche sulle quale vengono eseguiti i disegni.

**Colore di riempimento dei concii** = Consente di scegliere, per la volta corrente o per la volta di avvio, il colore del riempimento dei concii degli archi ideali e/o reali, mentre il loro contorno resta sempre di colore blu.

## B.2.5.1.2. SCHEDA 'TOLLERANZA ANGOLI'

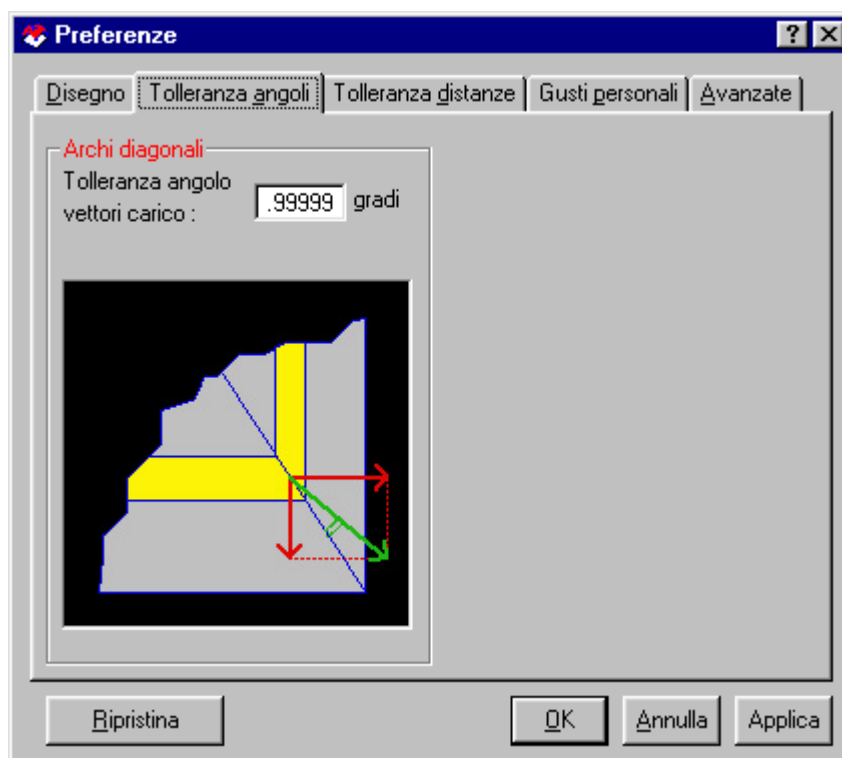


Fig. 8. Preferenze: scheda 'Tolleranza angoli'.

**Archi diagonali** = Sono rappresentate in rosso le interazioni orizzontali (spinte) trasmesse dalla generica coppia omologa di archi ideali delle due lunette convergenti su un arco diagonale. In verde viene rappresentato il loro risultante, che, vuoi per non simmetria geometrica, vuoi per non simmetria di carico, può non essere contenuto sul piano verticale dell'arco diagonale. Ebbene: se il vettore verde dovesse giacere sul piano verticale, tutte le interazioni trasmesse da tali archi ideali andrebbero a sollecitare integralmente l'arco diagonale; viceversa, se, come in figura, non fosse fuori piano, allora solo una quota parte di essa può interessare l'arco diagonale: la rimanente va a sollecitare invece le condizioni al contorno (forze fuori piano, dette anche azioni ribaltanti, ortogonalmente al loro piano verticale medio, agiscono su archi perimetrali e/o pareti d'ambito). Può succedere che in realtà tale vettore risultante giaccia davvero sul piano diagonale, ma che numericamente SVM non riesca a rilevarlo. La precisione dei calcolatori elettronici è così rigorosa che, tanto per fare un esempio, i due numeri 5.000000001 e 5 non vengono considerati uguali. Da ciò la ragione di un valore (infinitesimo) di tolleranza per l'angolo in questione.

## B.2.5.1.3. SCHEDA 'TOLLERANZA DISTANZE'

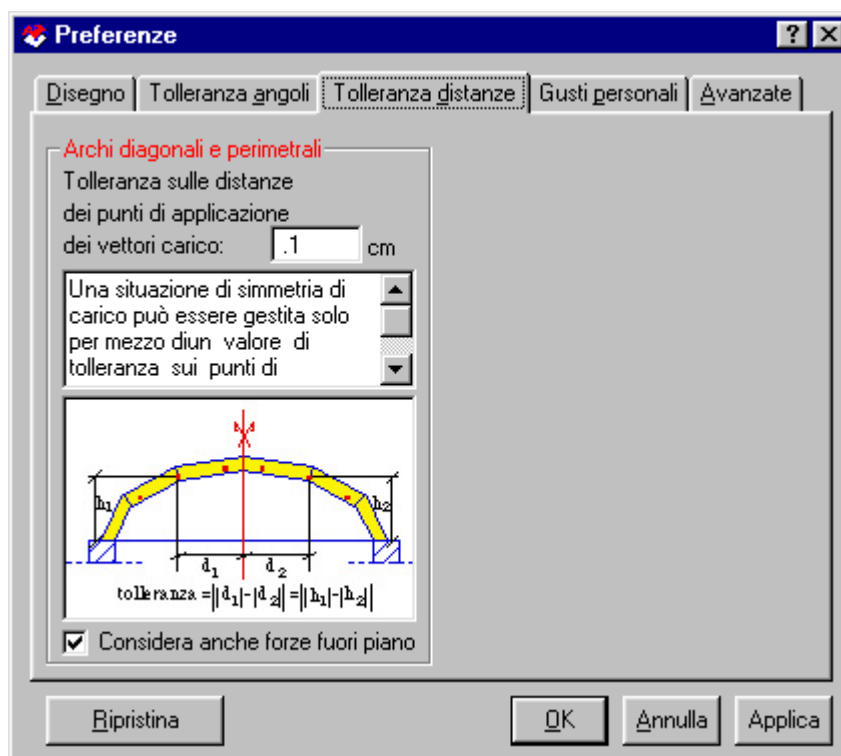


Fig. 9. Preferenze: scheda 'Tolleranza distanze'.

**Archi diagonali e perimetrali** = L'unica casella di testo presente consente l'immissione di un valore di tolleranza sulle distanze: valore giustificato dal fatto che se una struttura è simmetrica e simmetricamente calcolata, anche gli sforzi risultanti e i suoi diagrammi (caratteristiche di sollecitazione) debbono necessariamente presentare caratteristiche di simmetria. Come per il caso della scheda precedente, quella sulla tolleranza degli angoli, la ragione d'essere di questa tolleranza risiede nella estrema precisione numerica dei calcolatori elettronici.

Il pulsante di opzione 'Considera anche forze fuori piano' riguarda il calcolo delle condizioni al contorno. Gli archi perimetrali e i muri d'ambito, come detto più volte in precedenza, sono sollecitati oltre al peso proprio anche alle interazioni fuori piano trasmesse dalle lunette. L'utente sceglie, anche in funzione dell'entità numerica di tali forze, se effettuare la verifica anche in presenza di tali azioni.

B.2.5.1.4. SCHEDA 'GUSTI PERSONALI'

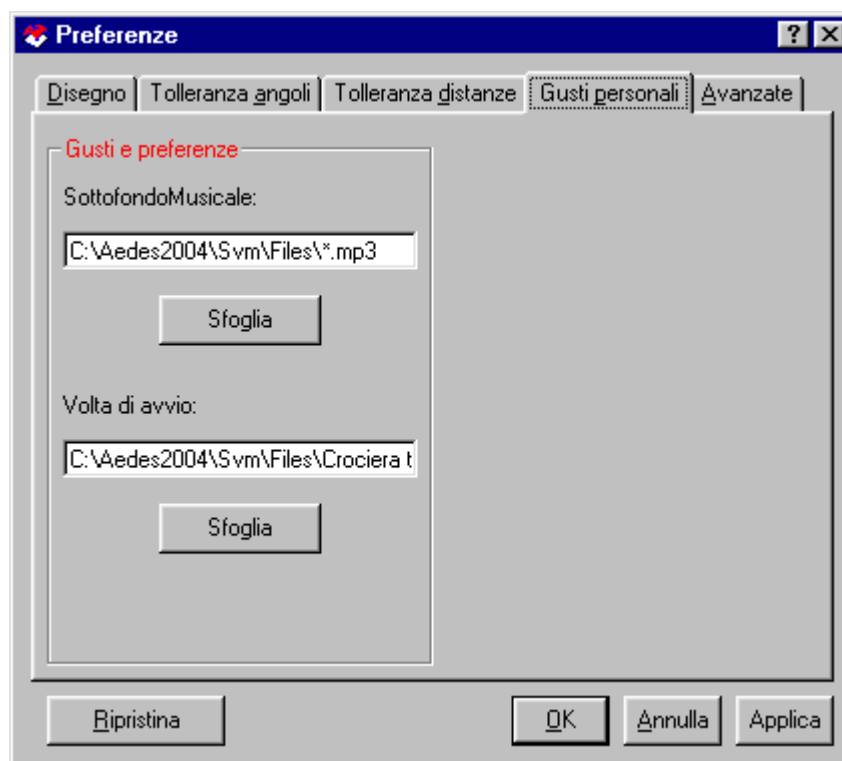


Fig. 10. Preferenze: scheda 'Gusti personali'.

**Gusti e preferenze** = Consente la personalizzazione di SVM per quanto riguarda la volta di avvio. Deve essere considerata volta di avvio il file caricato al primo lancio del programma o quello richiamato dal menu File→ Nuovo. Qualsiasi volta creata da SVM (estensione XDM) e non calcolata può essere impostata come volta di avvio. La volta di avvio di default concessa in dotazione col pacchetto di installazione si trova nella directory \AEDES2004\SVM\FILES.

Consente inoltre la scelta di un file musicale che può essere ascoltato durante l'elaborazione strutturale di SVM. I formati supportati sono quelli con estensione MP3 e WAV.



## B.2.5.1.5. SCHEDA 'AVANZATE'

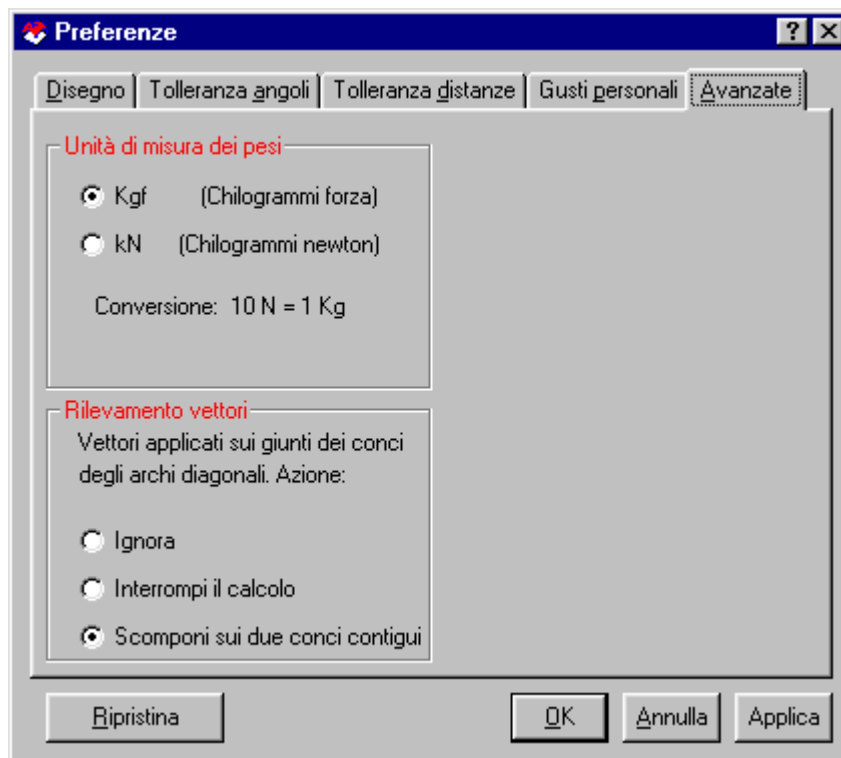






Fig. 11. Preferenze: scheda 'Avanzate'.

**Unità di misura dei pesi** [ Barra degli Strumenti:   ] = Consente la scelta dell'unità di misura dei pesi secondo il Sistema Internazionale  o secondo il Sistema Tecnico .

**Rilevamento vettori** = In riferimento a quanto già espresso nelle due schede di tolleranza precedenti, può accadere che alcune delle interazioni trasmesse dalla coppia omologa di archi ideali convergenti sullo stesso arco diagonale risultino proprio applicati sul giunto di connessione fra due conci adiacenti dell'arco diagonale. Selezionando il pulsante di opzione 'IGNORA', in presenza del caso succitato, tale interazione verrà considerata applicata per intero su entrambi i conci connessi da quel giunto. E' pertanto l'opzione sconsigliata perché, anche se a vantaggio di sicurezza, genera dei vettori carico sull'arco diagonale più intensi della realtà. E' preferibile la scelta di una delle due opzioni rimanenti.

Selezionando così il pulsante 'INTERROMPI IL CALCOLO', in presenza del caso succitato l'elaborazione del calcolo strutturale verrà interrotta e sarà trasmesso all'utente il messaggio seguente:

"Trovato un vettore applicato su un giunto! Riesegui la scomposizione della volta in altro modo oppure modifica le impostazioni di preferenze nella scheda "Avanzate"!"

Questo comportamento dipende dal fatto che il modello statico utilizzato da SVM è agli elementi finiti (archi ideali e reali da una parte, conci degli archi dall'altra). Pertanto il problema può essere aggirato selezionando la terza opzione o in alternativa, facendo un passo indietro, scomponendo la scatola interna della crociera in un numero più o meno elevato di archi ideali per tornare poi di nuovo ad eseguire il calcolo strutturale. Si noti infatti che l'incremento del numero di archi ideali di ogni lunetta produce degli archi con conci più fitti e viceversa. Si noti comunque anche la sostanziale invarianza del risultato strutturale rispetto all'aumento del numero degli elementi finiti della schematizzazione. Questo indica che la discretizzazione della volta con un numero elevato di archi ideali non è un'operazione, in generale, necessaria per cogliere la stabilità della struttura. Peraltro, l'incremento eccessivo del numero dei archi aumenta sensibilmente i tempi di elaborazione a causa del metodo matriciale utilizzato.

### B.2.6. Menu FINESTRA

Il menu Finestra della finestra SVM: vista generale, consente la visualizzazione delle finestre di input della scatola interna della crociera (Tipologia Volta e Dati Volta) e delle finestre di output grafico e testuale dei risultati dell'intera struttura (Calotta, Archi perimetrali, Piedritti).

**Tipologia Volta** = Apre o attiva la finestra Tipologia Volta.

**Dati Volta** = Apre o attiva la finestra Dati Volta, in relazione al tipo di volta selezionato.

**Calotta** = Apre la prima finestra, di carattere grafico, della scatola interna della crociera. Si tratta della pianta nel dettaglio e da quest'ultima finestra possono essere indagati tutti gli archi ideali, attraverso il menu OPZIONI.

**Archi perimetrali** = Apre la prima finestra, di carattere grafico, degli archi perimetrali. Da quest'ultima finestra possono essere indagati gli eventuali altri archi perimetrali presenti, attraverso il menu OPZIONI. Se non è stato aggiunto alcun arco, questo menu apparirà in luminosità ridotta e pertanto non sarà selezionabile.

**Piedritti** = Apre la prima finestra, di carattere grafico, dei piedritti. Si tratta del piedritto numero 1 e da quest'ultima finestra possono essere indagati tutti gli altri piedritti, attraverso il menu OPZIONI.

Segue in dettaglio l'analisi di ogni singola finestra generata da questi menu.

#### B.2.6.1. FINESTRA TIPOLOGIA VOLTA

La finestra Tipologia Volta consente di scegliere il tipo geometrico di volta che si desidera analizzare; con l'esattezza sono proposte quattro casistiche:

Tipo1: a tutto sesto

Tipo2: ellittica

Tipo3: ogivale

Tipo4: policentrica a tre centri



**Fig. 12.** Finestra 'Tipologia Volta'.

L'evento click sul bottone animato corrispondente al tipo che si desidera scegliere genera la finestra Dati Volta, nella quale verranno inserite tutte le specifiche sulla geometria e sui carichi della scatola interna della crociera. Nella figura riportata a titolo di esempio è attualmente stato selezionato il tipo1 a tutto sesto: la fascia verde che illumina la scritta tipologica ne è un chiaro indizio.

### B.2.6.2. FINESTRA DATI VOLTA

#### B.2.6.2.1. Dati VOLTA

Nella finestra 'Dati Volta' si specificano i parametri che descrivono la volta. Nel caso di una nuova volta, SVM propone i valori di default della volta di avvio, che possono essere modificati per descrivere esattamente il caso da analizzare.

I dati geometrici richiesti variano a seconda della tipologia della volta; la finestra presenta i dati sotto forma di campi editabili, per l'inserimento o la modifica dei valori.

Si noti, e questo è importante, che per definire geometricamente una volta a crociera è necessario conoscere tutti i dati inerenti una sola lunetta, se la pianta è quadrata, inerenti la sola lunetta di luce minore, nel caso di una pianta rettangolare.

I dati sono organizzati in **cinque schede (Pianta, Piedritti, Calotta e Rinfianco, Sottofondo e Pavimento, Sovraccarico)**; nei paragrafi seguenti analizziamo in dettaglio ciascuna scheda.

L'inserimento dei dati avviene sotto il controllo di SVM, impedendo l'immissione di dati incongruenti e la creazione di geometrie impossibili. Nei paragrafi da B.3.8.1.1. a B.3.8.1.4. vengono presentate le varie geometrie di volte analizzabili con SVM. L'etichetta bianca posta lungo il lato inferiore della finestra aiuta a comprendere il significato dei dati da inserire. Contiene infatti un messaggio informativo che si modifica ogni volta che si attiva una nuova casella di testo. Ulteriori suggerimenti, di tipo grafico, possono essere colti spuntando il pulsante di opzione 'GRAFICA' che porta in evidenza una bitmap che illustra la volta anche grazie alla nomenclatura usata da SVM.

#### B.2.6.2.2. SCHEDA 'PIANTA'

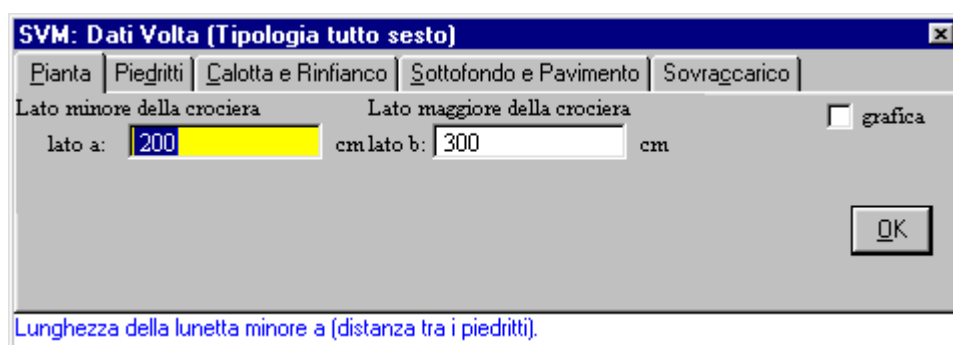


Fig. 13. Finestra Dati Volta: scheda 'Pianta'.

La scheda Pianta contiene i parametri che descrivono la proiezione al suolo dell'intradosso della scatola interna della crociera, vale a dire l'ingombro effettivo dell'ambiente che è coperto a volta, fatta esclusione degli eventuali archi o pareti perimetrali. Per una pianta quadrata il lato a e il lato b debbono necessariamente avere lo stesso valore, per una rettangolare invece i due lati dovranno essere diversi e soddisfare la disequazione  $a < b$ .

## B.2.6.2.3. SCHEDA 'PIEDRITTI'

SVM: Dati Volta (Tipologia tutto sesto)

Pianta Piedritti Calotta e Rinfianco Sottofondo e Pavimento Sovraccarico

Dimensioni dei piedritti

l<sub>1</sub>: 50 cm h: 200 cm

l<sub>2</sub>: 35 cm

☐ grafica

OK

Sezione dei piedritti: prima dimensione.

Fig. 14. Finestra Dati Volta: scheda 'Piedritti'.

La scheda Piedritti contiene i parametri che descrivono le tre dimensioni dei piedritti. Per ulteriori informazioni consultare la grafica associata e le info testuali poste sull'etichetta bianca lungo il lato inferiore della finestra.

## B.2.6.2.4. SCHEDA 'CALOTTA E RINFIANCO'

SVM: Dati Volta (Tipologia tutto sesto)

Pianta Piedritti Calotta e Rinfianco Sottofondo e Pavimento Sovraccarico

Muratura calotta: 1800 kgf/mc s: 30 cm

Rinfianco: 1200 kgf/mc qr: 130 cm

☐ grafica

OK

Peso specifico del materiale della calotta (muratura).

Fig. 15. Finestra Dati Volta: scheda 'Calotta e Rinfianco'.

La scheda Calotta e Rinfianco contiene i parametri geometrici ed i corrispondenti pesi specifici che descrivono la calotta ed il rinfianco. Per ulteriori informazioni consultare la grafica associata e le info testuali poste sull'etichetta bianca lungo il lato inferiore della finestra.

## B.2.6.2.5. SCHEDA 'SOTTOFONDO E PAVIMENTO'

SVM: Dati Volta (Tipologia tutto sesto)

Pianta Piedritti Calotta e Rinfianco Sottofondo e Pavimento Sovraccarico

Sottofondo: 1500 kgf/mc s1: 5 cm

Pavimento: 1800 kgf/mc s2: 4 cm

☐ grafica

OK

Peso specifico del materiale di sottofondo del pavimento.

Fig. 16. Finestra Dati Volta: scheda 'Sottofondo e Pavimento'.

La scheda Sottofondo e Pavimento contiene i parametri geometrici ed i corrispondenti pesi specifici che descrivono il sottofondo e il pavimento. Per ulteriori informazioni consultare la grafica associata e le info testuali poste sull'etichetta bianca lungo il lato inferiore della finestra.

#### B.2.6.2.6. SCHEDA 'SOVRACCARICO'

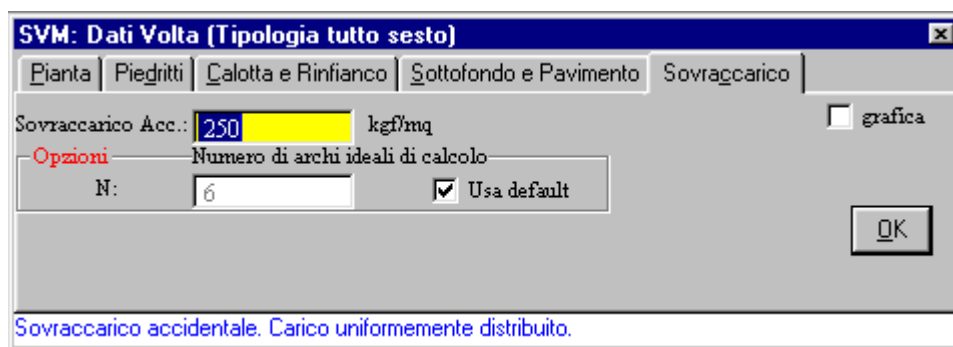


Fig. 17. Finestra Dati Volta: scheda 'Sovraccarico'.

La scheda Sovraccarico contiene il sovraccarico accidentale.

Contiene inoltre l'opzione 'Numero di archi ideali di calcolo'. Se è spuntato il bottone 'USA DEFAULT' è compito di SVM di trovare un numero intero N di archi ideali in cui scomporre la volta (SVM, di default, cercherà di ottenere degli archi ideali di profondità costante circa pari a 30 cm sulle due lunette minori; questo il criterio). Qualora si desideri un'analisi più accurata si può decidere di effettuare manualmente la scelta di N, andando oltre il valore proposto di default. Valori inferiori sono sconsigliati.

Per ulteriori informazioni consultare la grafica associata e le info testuali poste sull'etichetta bianca lungo il lato inferiore della finestra.

## B.2.6.2.7. Volta a TUTTO SESTO (TIPO 1)

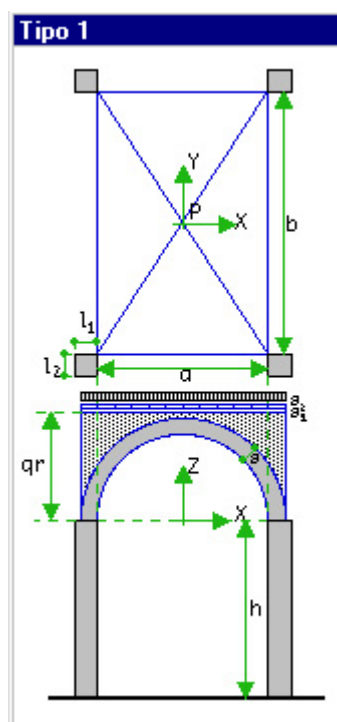


Fig. 18. Volta a Tutto Sesto.

L'elenco dei dati geometrici caratteristici in input (con valori numerici di esempio riferiti alla fig. 18) è il seguente:

**lato a o corda.** La freccia coincide con la semi-corda;

**spessore.**

L'origine del sistema di riferimento assoluto XYZ è posto nel centro della crociera, alla quota di imposta della calotta.

La visualizzazione di questa finestra con la grafica di riferimento avviene spuntando il bottone GRAFICA della finestra Dati Volta.

## B.2.6.2.8. Volta ELLITTICA (TIPO 2)

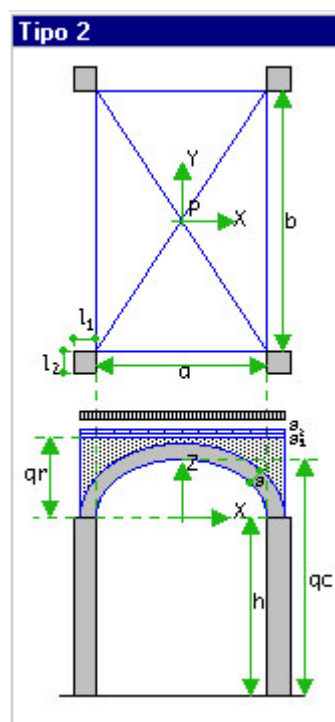


Fig. 19. Volta a Ellittica.

L'elenco dei dati geometrici caratteristici in input (con valori numerici di esempio riferiti alla fig. 19) è il seguente:

**lato a o corda.** La freccia coincide con la semi-corda;

**freccia.**

**spessore.**

L'origine del sistema di riferimento assoluto XYZ è posto nel centro della crociera, alla quota di imposta della calotta.

La visualizzazione di questa finestra con la grafica di riferimento avviene spuntando il bottone GRAFICA della finestra Dati Volta.

## B.2.6.2.9. Volta OGIVALE (TIPO 3)

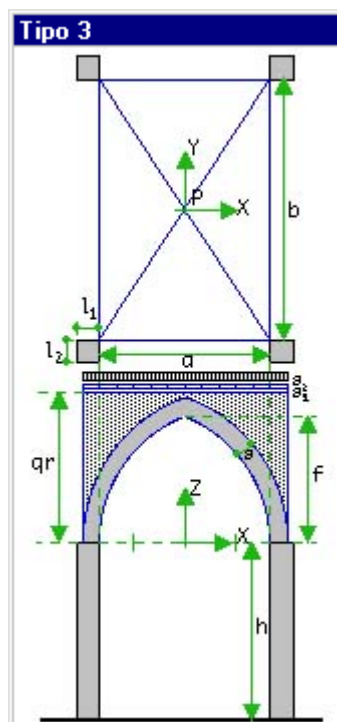


Fig. 20. Volta Ogivale.

L'elenco dei dati geometrici caratteristici in input (con valori numerici di esempio riferiti alla fig. 20) è il seguente:

**lato a o corda.** La freccia coincide con la semi-corda;

**freccia.**

**spessore.**

L'origine del sistema di riferimento assoluto XYZ è posto nel centro della crociera, alla quota di imposta della calotta.

La visualizzazione di questa finestra con la grafica di riferimento avviene spuntando il bottone GRAFICA della finestra Dati Volta.



B.2.6.2.10. Volta POLICENTRICA A TRE CENTRI (TIPO 4)

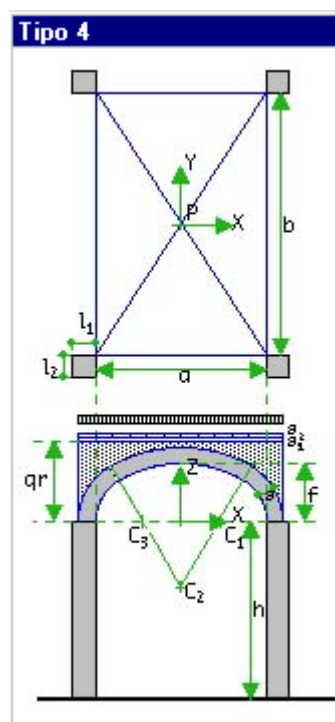


Fig. 21. Volta a Tre Centri.

L'elenco dei dati geometrici caratteristici in input (con valori numerici di esempio riferiti alla fig. 21) è il seguente:

**lato a o corda.** La freccia coincide con la semi-corda;

**freccia.**

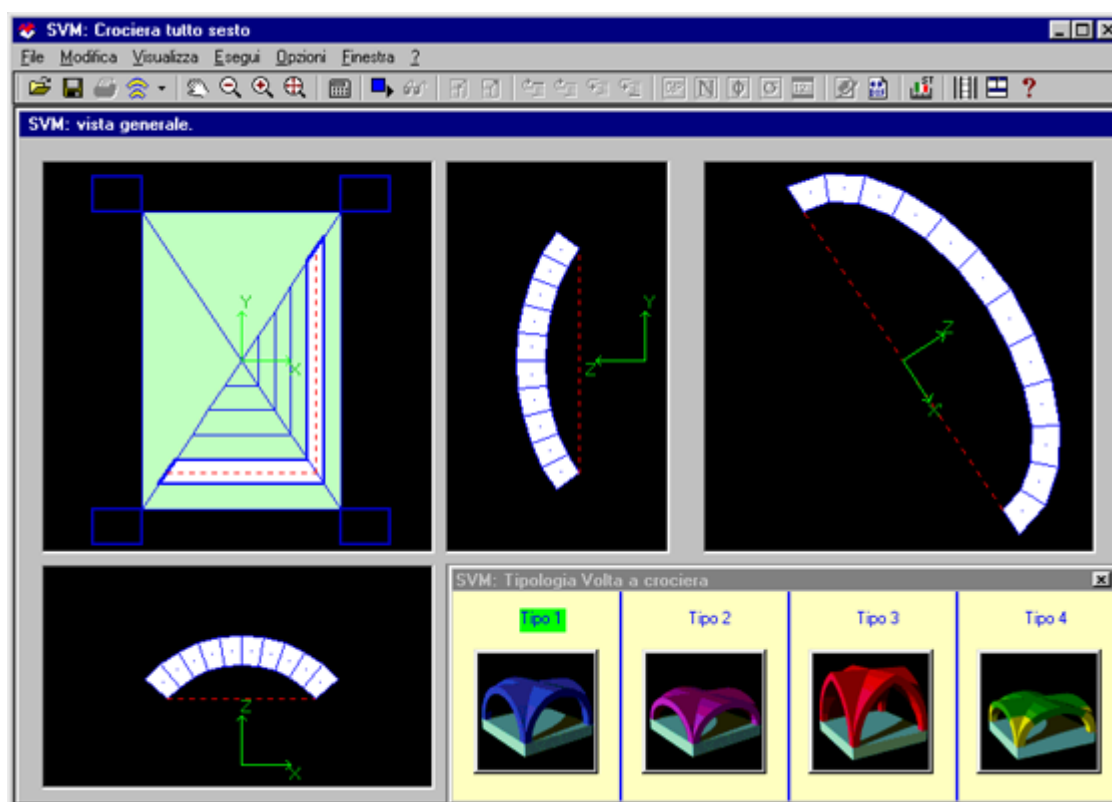
**spessore.**

L'origine del sistema di riferimento assoluto XYZ è posto nel centro della crociera, alla quota di imposta della calotta.

La visualizzazione di questa finestra con la grafica di riferimento avviene spuntando il bottone GRAFICA della finestra Dati Volta.

### B.2.6.3. FINESTRA SVM: VISTA GENERALE

Oltre ad essere la finestra principale, la finestra 'SVM: vista generale' può anche essere considerata a tutti gli effetti una finestra grafica, perché in effetti lo è. Risulta infatti costituita da quattro caselle grafiche che incapsulano la volta: la scomposizione della volta, organismo tridimensionale, in lunette e le lunette in archi ideali raggiunge in questa videata la massima esemplificazione. La prima casella grafica, posta nell'angolo in alto a sinistra, è popolata dalla rappresentazione della pianta della volta, per cui sono facilmente distinguibili le quattro lunette, la scomposizione di due di esse in archi ideali di profondità costante, gli archi diagonali e i quattro piedritti. Qualora siano stati aggiunti anche degli archi perimetrali, anche loro saranno rappresentati in questa casella. E' una finestra grafica interattiva, nel senso che, con lo strumento 'selezione arco' della barra degli strumenti, è possibile passare in rassegna uno dopo l'altro, tutti gli archi ideali delle lunette semplicemente con un click su di essi. Le due caselle grafiche che si trovano, l'una a destra e l'altra subito sotto la prima, rappresentano la proiezione ortogonale (sezione) dell'arco ideale selezionato, evidenziandone così la costruzione geometrica. L'ultima casella grafica in alto a destra ospita invece la grafica di un arco diagonale, chiudendo così la scomposizione della scatola interna della crociera.



**Fig. 22.** Finestra SVM: vista generale.

#### B.2.6.4. FINESTRA PIANTA DELLA CROCIERA

Il menu 'Calotta' della finestra 'SVM: vista generale' carica la prima finestra grafica della calotta: la finestra Pianta.

E' rappresentata tutta la pianta della crociera, costituita da archi ideali in cui ogni lunetta è stata scomposta, numerati dal centro verso il perimetro, dai due archi diagonali impostati sui piedritti, numerati in funzione della numerazione dei piedritti stessi (arco diagonale 1-3 e arco diagonale 2-4), gli eventuali archi perimetrali o pareti d'ambito, numerati con le quattro lettere A, B, C, D in relazione alle quattro lunette a, b, c, d con cui confinano, i quattro piedritti angolari, numerati in senso antiorario a partire dall'angolo in basso a destra.

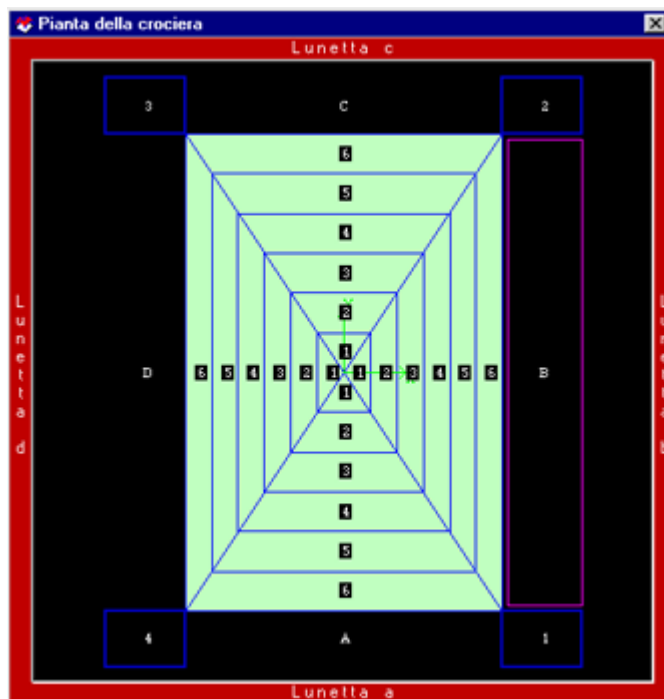


Fig. 23. Finestra Pianta.

##### B.2.6.4.1. Menu FILE

Dai comandi del Menu File delle finestre grafiche è possibile stampare le immagini visualizzate nella casella grafica grande posta lungo il lato sinistro della finestra.


**Stampa ( CTRL + P )** [ Barra degli Strumenti: ] = Stampa tutto ciò che è visibile nella casella grafica della pianta.

**Chiudi** = Chiude la finestra aperta tornando alla finestra principale.

##### B.2.6.4.2. Menu MODIFICA


Dai comandi del Menu Modifica è possibile elaborare files DXF e immagini BMP.

**Copia ( CTRL + C )** = Pone nella memoria grafica di Windows l'immagine della finestra grafica corrente. Questo comando è utile per rapide operazioni di Copia e Incolla volte ad esportare immagini in altri programmi (ad es. Word, Paint), senza l'obbligo di salvare l'immagine preventivamente su file BMP.

**Esporta Bitmap (.BMP)** [ Barra degli Strumenti:  ] = Crea un file grafico, di estensione BMP, nella sottodirectory: \AEDES2004\OUTPUT

che può essere aperto, visualizzato e modificato in un qualunque programma di disegno in grado di importare files nel formato bitmap (es. PaintBrush, Paint). Il disegno bitmap è un particolare tipo di immagine composta da una serie di punti e non da vettori; esso, pertanto, non può essere ridimensionato in scala.

Per il disegno corrente, viene proposto un particolare nome di file che comunque l'utente può variare a piacere.

**Esporta DXF** [ Barra degli Strumenti:  ] = Crea un file grafico, di estensione DXF, del disegno correntemente visualizzato nella finestra grafica attiva; pertanto viene generato un solo layer.

#### B.2.6.4.3. Menu OPZIONI

Dai comandi del Menu Opzioni è possibile visualizzare ogni singolo elemento strutturale ideale che costituisce la scatola interna della volta: la pianta, gli archi ideali delle quattro lunette, i due archi diagonali, nonché le caratteristiche geometriche in formato testo.

**Pianta Crociera** = Se spuntato, questo menu mostra la pianta della calotta.

**Lunetta A** = Se spuntato, questo menu mostra l'arco ideale selezionato della lunetta a (lunetta in basso).

**Lunetta B** = Se spuntato, questo menu mostra l'arco ideale selezionato della lunetta b (lunetta di destra).

**Lunetta C** = Se spuntato, questo menu mostra l'arco ideale selezionato della lunetta c (lunetta in alto).

**Lunetta D** = Se spuntato, questo menu mostra l'arco ideale selezionato della lunetta d (lunetta di sinistra).

**Arco diagonale 1** = Se spuntato, questo menu mostra l'arco diagonale che imposta sui piedritti 1 e 3.

**Arco diagonale 2** = Se spuntato, questo menu mostra l'arco diagonale che imposta sui piedritti 2 e 4.

**Risultati geometrici** = Se spuntato, questo menu apre la finestra dei risultati geometrici e di carico derivanti dalla scomposizione della volta in archi. Succintamente vengono definiti, per ogni arco, la tipologia (tutto sesto, ellittico...), gli angoli di imposta, le coordinate dei concetti e del loro baricentro e molto altro ancora. Provare per credere... Utile per corredare la relazione tecnica.

#### B.2.6.4.4. Menu DISEGNO

Dai comandi del Menu Disegno è possibile personalizzare la rappresentazione grafica, scegliendo ciò che si desidera visualizzare.

**Numerazione Archi** = Se spuntato, questo menu assegna un numero identificativo ad ogni arco ideale di ciascuna lunetta e ai piedritti e assegna una lettera agli archi o pareti perimetrali.

##### B.2.6.4.4.1. FINESTRE LUNETTA # - FINESTRE ARCO DIAGONALE #

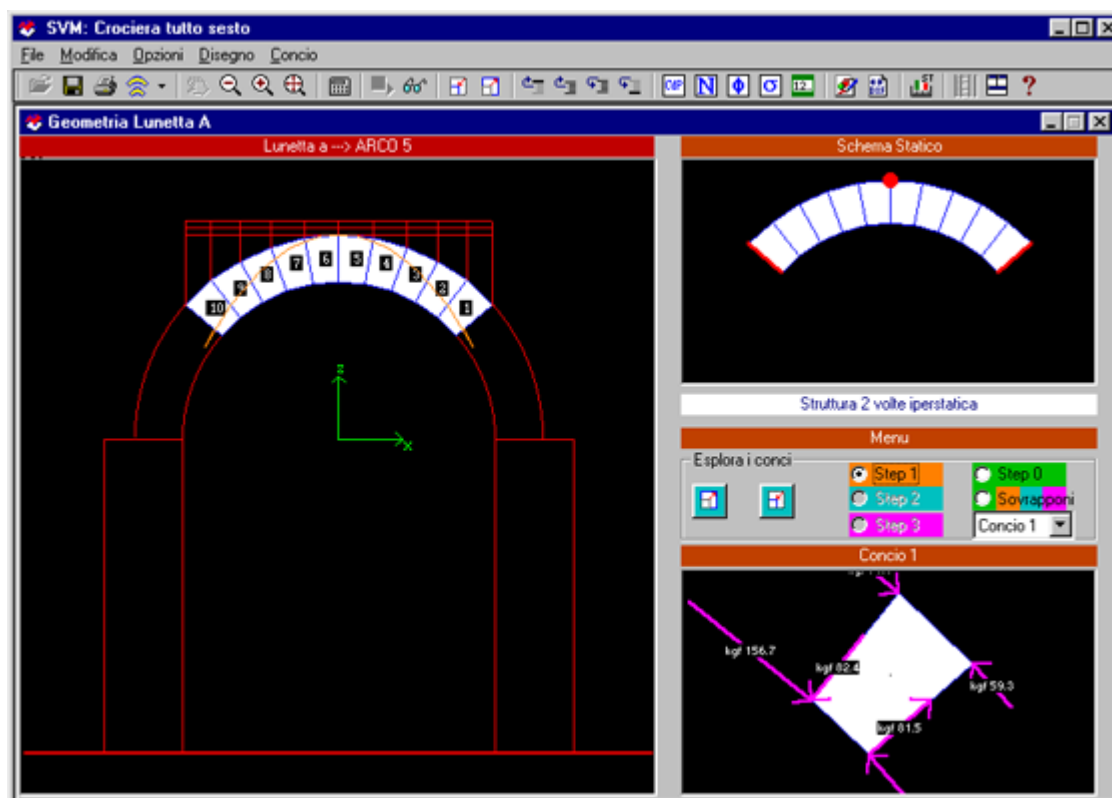
Il menu 'Calotta' della finestra 'SVM: vista generale' carica la prima finestra grafica della calotta: la finestra Pianta. Dal menu 'Opzioni' della finestra 'Pianta' si può scegliere di visualizzare l'arco di una qualunque lunetta, nonché i risultati geometrici per l'arco in questione, sia in formato grafico che di testo.

In formato grafico può essere visualizzato, per l'arco in questione, nella casella grafica quadrata a sinistra, il poligono funicolare (diciamo poligono funicolare e non curva delle pressioni esclusivamente per maggiore precisione e coerenza col modello strutturale a elementi finiti: concetti rigidi), la griglia dei vettori carico che sollecitano ogni concetto dell'arco, i diagrammi dello sforzo normale e degli angoli di scorrimento.

La casella grafica rettangolare posta nell'angolo in alto a destra è invece dedicata alla rappresentazione del modello statico dell'arco corrispondente al generico step del procedimento iterativo di calcolo strutturale: è noto

infatti che ad ogni step compiuto corrisponde la perdita di un grado di iperstaticità e la formazione di una cerniera di apertura su un giunto, punto obbligato di passaggio del poligono funicolare.

Nella casella grafica rettangolare posta nell'angolo in basso a destra è possibile esplorare ogni singolo concio dell'arco: se la struttura è stata calcolata è disponibile per quest'ultima la rappresentazione dei tre sforzi delle bielle sulla interfaccia destra e sulla interfaccia sinistra del concio in visione o in alternativa lo stato tensionale riferito allo step 0. Infatti le tensioni di esercizio devono necessariamente corrispondere alla soluzione elastico-lineare del problema, e la visualizzazione delle tensioni corrispondenti agli steps successivi non sarebbe risultata corretta perché non corrisponderebbe più alle effettive tensioni di esercizio, ma sarebbero contaminate dalle coazioni generate dalle distorsioni impresse. Si commetterebbe quindi un chiaro errore di valutazione.



**Fig. 24.** Finestra Lunetta A: curva delle pressioni e sforzi sul concio allo step 1.

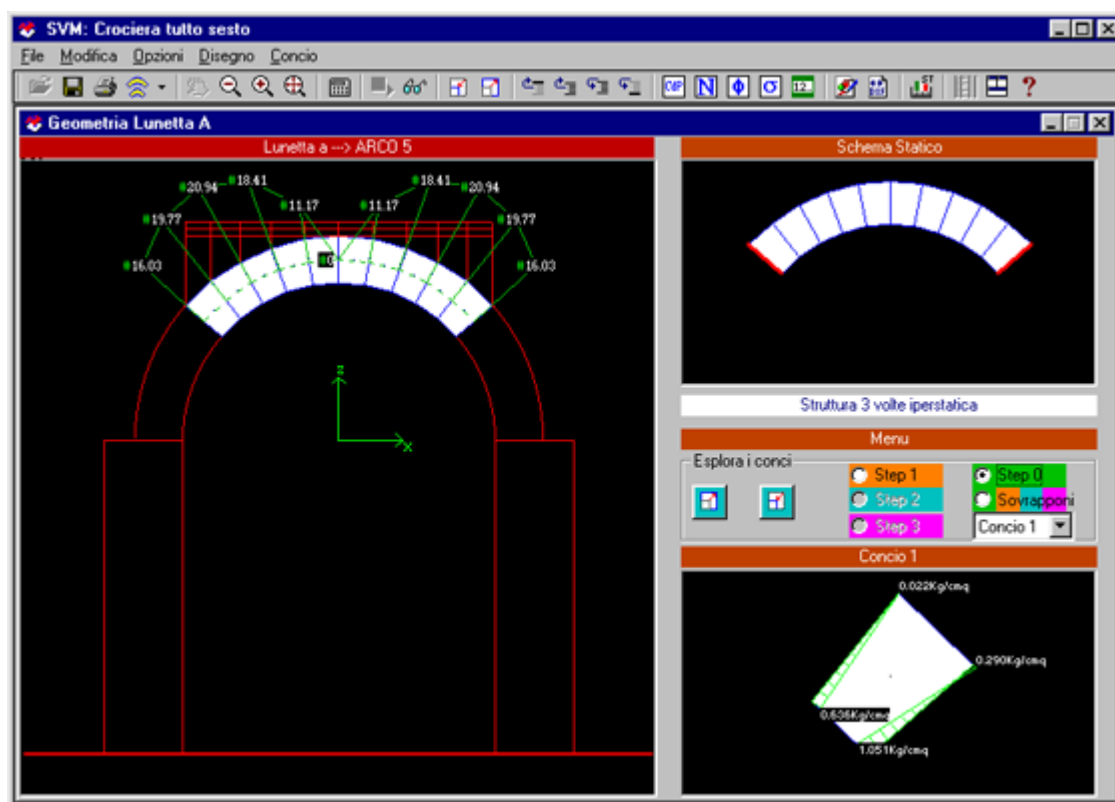


Fig. 25. Finestra Lunetta A: angoli di scorrimento e tensioni sul concio allo step 0.

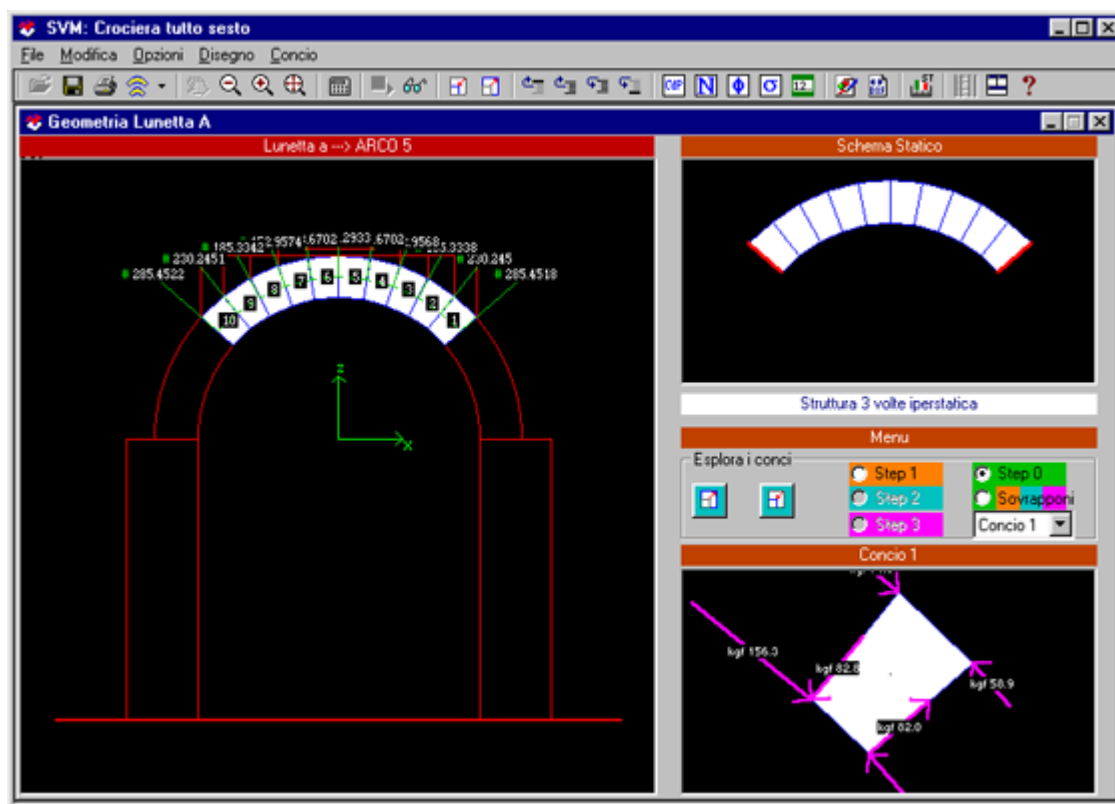



Fig. 26. Finestra Lunetta A: diagramma dello sforzo normale e tensioni sul concio allo step 0.

#### B.2.6.4.4.1.1. Menu FILE

Dai comandi del Menu File delle finestre grafiche è possibile stampare le immagini visualizzate nella casella grafica grande posta lungo il lato sinistro della finestra.


**Stampa ( CTRL + P )** [ Barra degli Strumenti:  ] = Stampa tutto ciò che è visibile nella casella grafica quadrata.

**Chiudi** = Chiude la finestra aperta tornando alla finestra principale.

#### B.2.6.4.4.1.2. Menu MODIFICA


Dai comandi del Menu Modifica è possibile, elaborare files DXF e immagini BMP.

**Copia ( CTRL + C )** = Pone nella memoria grafica di Windows l'immagine della casella grafica quadrata. Questo comando è utile per rapide operazioni di Copia e Incolla volte ad esportare immagini in altri programmi (ad es. Word, Paint), senza l'obbligo di salvare l'immagine preventivamente su file BMP.

**Esporta Bitmap (.BMP)** [ Barra degli Strumenti:  ] = Crea un file grafico, di estensione BMP, nella sottodirectory: \ AEDES2004\OUTPUT

che può essere aperto, visualizzato e modificato in un qualunque programma di disegno in grado di importare files nel formato bitmap (es. PaintBrush, Paint). Il disegno bitmap è un particolare tipo di immagine composta da una serie di punti e non da vettori; esso, pertanto, non può essere ridimensionato in scala.

Per il disegno corrente, viene proposto un particolare nome di file che comunque l'utente può variare a piacere.

**Esporta DXF** [ Barra degli Strumenti:  ] = Crea un file grafico, di estensione DXF, del disegno correntemente visualizzato nella casella grafica quadrata; pertanto viene generato un solo layer.

#### B.2.6.4.4.1.3. Menu OPZIONI

Dai comandi del Menu Opzioni è possibile visualizzare ogni singolo elemento strutturale ideale che costituisce la scatola interna della volta: la pianta, gli archi ideali delle quattro lunette, i due archi diagonali, nonché le caratteristiche geometriche in formato testo.

**Pianta Crociera** = Se spuntato, questo menu mostra la pianta della calotta.

**Lunetta A** = Se spuntato, questo menu mostra l'arco ideale selezionato della lunetta a (lunetta in basso).

**Lunetta B** = Se spuntato, questo menu mostra l'arco ideale selezionato della lunetta b (lunetta di destra).

**Lunetta C** = Se spuntato, questo menu mostra l'arco ideale selezionato della lunetta c (lunetta in alto).

**Lunetta D** = Se spuntato, questo menu mostra l'arco ideale selezionato della lunetta d (lunetta di sinistra).

**Arco diagonale 1** = Se spuntato, questo menu mostra l'arco diagonale che imposta sui piedritti 1 e 3.

**Arco diagonale 2** = Se spuntato, questo menu mostra l'arco diagonale che imposta sui piedritti 2 e 4.

**Risultati geometrici** = Questo menu apre la finestra dei risultati geometrici e di carico derivanti dalla scomposizione della volta in archi. Succintamente vengono definiti, per ogni arco, la tipologia (tutto sesto, ellittico...), gli angoli di imposta, le coordinate dei conci e del loro baricentro e molto altro ancora. Provare per credere... Utile per corredare la relazione tecnica.


#### B.2.6.4.4.1.4. Menu DISEGNO


Dai comandi del Menu Disegno è possibile personalizzare la rappresentazione grafica, scegliendo ciò che si desidera visualizzare.


**Numerazione Conci** = Se spuntato, questo menu assegna un numero identificativo ad ogni concio dell'arco in visione. La numerazione è progressiva e si svolge in senso antiorario per gli archi in cui le lunette A e C sono state scomposte ed in senso orario per gli archi delle lunette B e D. Il motivo di questa scelta per la numerazione risiede nel fatto che gli archi ideali delle lunette sono stati costruiti geometricamente secondo le regole della proiezione ortogonale.


**Estremi Conci** = Se spuntato, questo menu assegna un numero identificativo ai quattro vertici di ogni concio. La numerazione è progressiva e si svolge in senso antiorario per i conci degli archi in cui le lunette A e C sono state scomposte ed in senso orario per i conci degli archi delle lunette B e D. Il motivo di questa scelta per la numerazione dipende ancora dalle regole della proiezione ortogonale.

**Vettori Carico** = Se spuntato, questo menu disegna sull'arco la griglia dei vettori che lo sollecitano e le loro rette di azione. Ogni vettore rappresenta il risultante dei carichi che gravano su ogni concio (peso proprio del concio più il peso della quota parte di rinfiango, del sottofondo, del pavimento, del sovraccarico accidentale, delle aree di carico aggiunte): va da sé quindi che saranno presenti tanti vettori carico pari al numero dei conci.

**Poligono funicolare** [ Barra degli Strumenti:  ] = Se spuntato, questo menu disegna sull'arco il poligono funicolare corrispondente allo step selezionato.

**Sforzo normale** [ Barra degli Strumenti:  ] = Se spuntato, questo menu disegna sull'arco il diagramma dello sforzo normale corrispondente allo step selezionato.

**Angolo di scorrimento** [ Barra degli Strumenti:  ] = Se spuntato, questo menu disegna sull'arco il diagramma degli angoli di scorrimento corrispondenti allo step selezionato.

**Mostra valori nei diagrammi** [ Barra degli Strumenti:  ] = A seconda che sia spuntato o meno, questo menu mostra o nasconde sull'arco i valori del diagramma che è in rappresentazione.

#### B.2.6.4.4.1.5. Menu CONCIO

Dai comandi del Menu Concio è possibile, se la struttura è stata calcolata, modificare l'aspetto della rappresentazione degli sforzi sul concio singolo che popola la casella grafica rettangolare posta nell'angolo in basso a destra della finestra.

**Mostra Sforzi di interfaccia** = Se spuntato, questo menu disegna sul concio in visione gli sforzi nelle bielle poste sulla sua interfaccia destra e sinistra.

**Mostra Tensioni da sforzo normale** = Se spuntato, questo menu disegna sul concio in visione il diagramma delle tensioni di esercizio corrispondenti allo step 0 poste sulla sua interfaccia destra e sinistra, in luogo degli sforzi nelle bielle.



#### B.2.6.4.4.2. FINESTRA RISULTATI GEOMETRICI CALOTTA

Il menu 'Calotta' della finestra 'SVM: vista generale' carica la prima finestra grafica della calotta: la finestra Pianta. Dal menu 'Opzioni' della finestra 'Pianta' si può scegliere di visualizzare l'arco di una qualunque lunetta, nonché i risultati geometrici per l'arco in questione, sia in formato grafico che di testo.

In formato testuale può essere visualizzato, per l'intera scatola interna della crociera, tutti i risultati geometrici e di carico, come la tipologia delle quattro lunette (es. botti a tutto sesto, ellittiche...) e degli archi diagonali, le dimensioni planimetriche della volta e il numero di archi generati dalla scomposizione. Per ogni arco è disponibile la griglia delle coordinate dei conci (ogni concio è caratterizzato da quattro vertici più il baricentro, ciascuno di coordinate spaziali x,y,z), gli angoli di imposta destra e sinistra e molto altro ancora. Si scorra il documento muovendo le barre orizzontali e verticali per scoprire le potenzialità di questa finestra.

Utile per corredare la relazione tecnica.

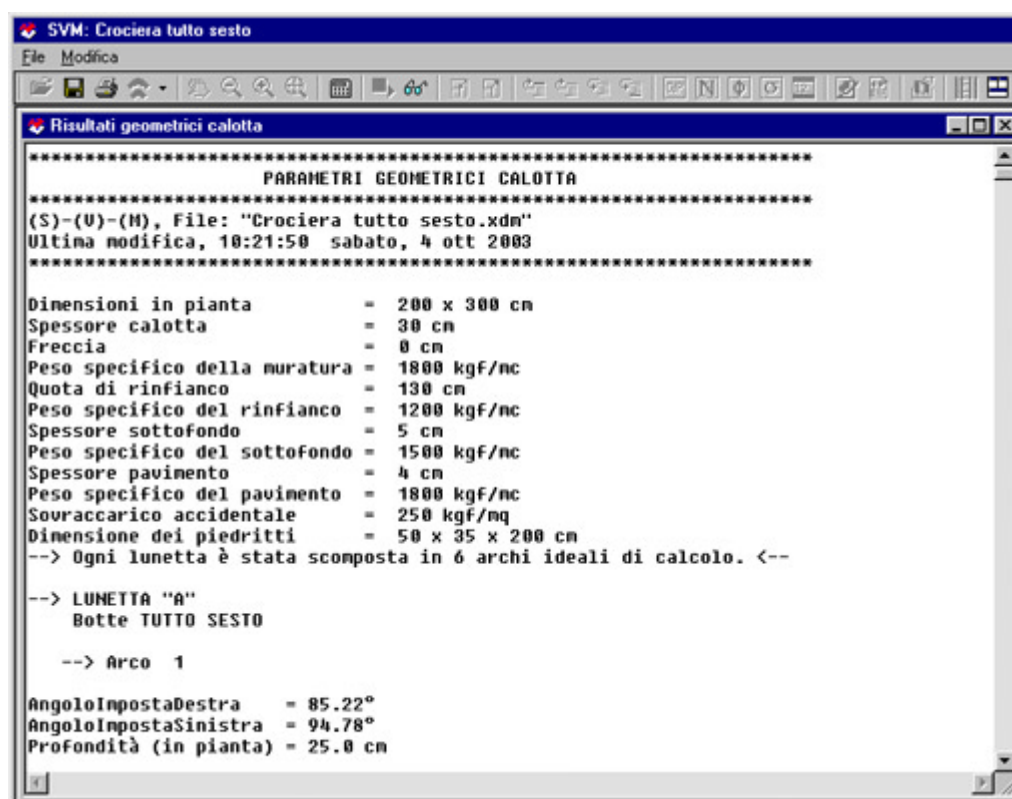



Fig. 27. Finestra Risultati geometrici calotta.

##### B.2.6.4.4.2.1. Menu FILE

Dai comandi del Menu File delle finestre di testo è possibile stampare tutto o parte del testo della finestra.

**Stampa** ( **CTRL + P** ) [ Barra degli Strumenti:  ] = Stampa tutto il testo contenuto nella finestra ovvero il solo testo selezionato.

**Chiudi** = Chiude la finestra aperta tornando alla finestra principale.

#### B.2.6.4.4.2.2. Menu MODIFICA

Dai comandi del Menu Modifica è possibile elaborare files RTF e l'esportazione dei dati negli appunti.

**Copia ( CTRL + C )** = Pone nella memoria grafica di Windows il testo selezionato nella finestra corrente. Questo comando è utile per rapide operazioni di Copia e Incolla volte ad esportare testo in altri programmi (ad es. Word).

**Seleziona tutto ( CTRL + A )** = Seleziona tutto il testo e lo copia negli appunti di Windows per poter essere esportato su altre applicazioni.

**Esporta RTF** = Crea un file di testo, di estensione RTF, dell'intero testo contenuto nella finestra, posto di default nella directory \AEDES2004\SVM\OUTPUT.

Utile per corredare la relazione tecnica.

### B.2.6.5. FINESTRE ARCO PERIMETRALE “#”

Il menu ‘Archi perimetrali’ della finestra ‘SVM: vista generale’ carica la finestra grafica del primo arco perimetrale disponibile. Dal menu ‘Opzioni’ della finestra ‘Arco perimetrale #’ si può scegliere di visualizzare i rimanenti archi perimetrali, nonché i risultati geometrici per di tutti gli archi perimetrali, sia in formato grafico che di testo.

In formato grafico può essere visualizzato, per l’arco in questione, nella casella grafica quadrata a sinistra, esclusivamente la geometria; il poligono funicolare, infatti, per un arco spaziale che risulti sollecitato anche da forze non appartenenti al suo piano medio verticale, non esiste. Le rette di azione dei vettori su ogni concio sono infatti sghembe. Si veda per i dettagli il manuale 1: ‘La Teoria’.

Nella casella grafica rettangolare posta nell’angolo in basso a destra è possibile esplorare ogni singolo concio, visto frontalmente, dell’arco.

La casella grafica rettangolare posta nell’angolo in alto a destra è invece dedicata alla rappresentazione del singolo concio, visto lateralmente, dell’arco.

La ragione della doppia vista del concio è dovuta al fatto che l’arco è studiato nello spazio ed è consentita l’aggiunta, concio per concio di forze con componenti spaziali nelle tre direzioni (x,y,z). Per inserire una forza aggiuntiva sul concio selezionato nella casella combinata a discesa, immettere i valori delle tre componenti nelle caselle di testo dedicate alle forze e concludere con la pressione del tasto ‘INSERISCI’.

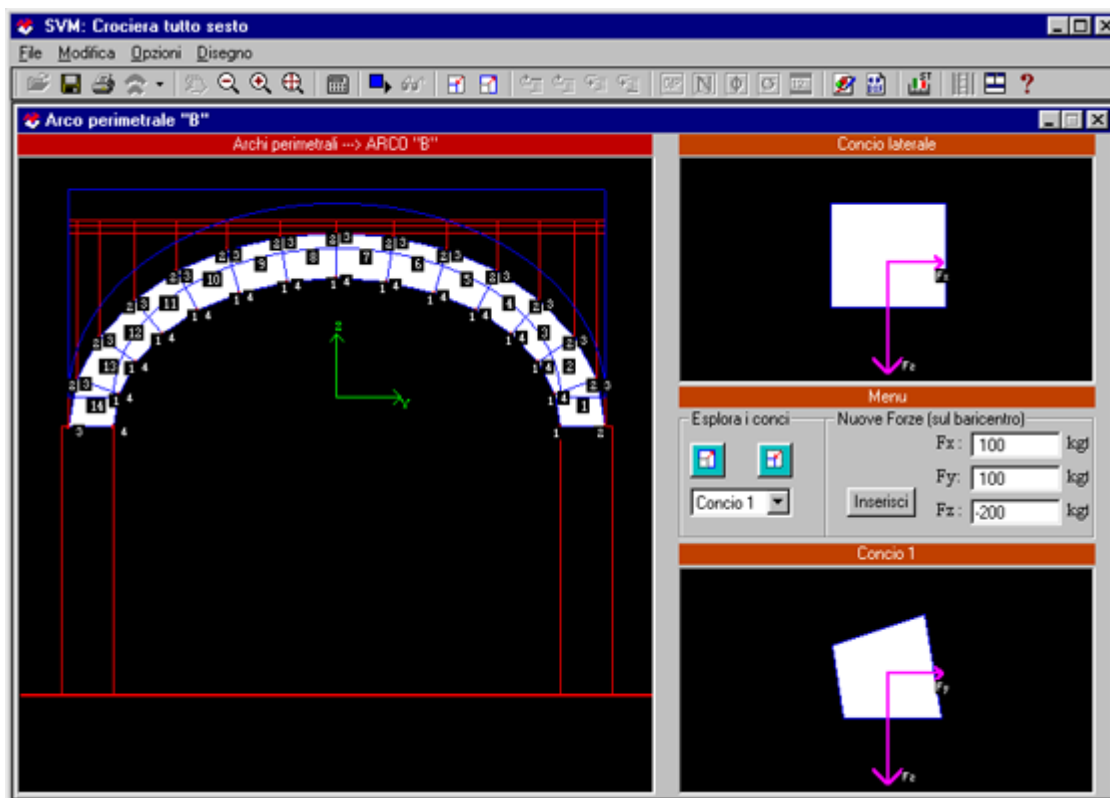



Fig. 28. Finestra Arco perimetrale “B”.

#### B.2.6.5.1. Menu FILE

Dai comandi del Menu File delle finestre grafiche è possibile stampare le immagini visualizzate nella casella grafica grande posta lungo il lato sinistro della finestra.


**Stampa ( CTRL + P )** [ Barra degli Strumenti:  ] = Stampa tutto ciò che è visibile nella casella grafica quadrata.

**Chiudi** = Chiude la finestra aperta tornando alla finestra principale.


#### B.2.6.5.2. Menu MODIFICA

Dai comandi del Menu Modifica è possibile, da una parte la gestione grafica ed elaborare files DXF e immagini BMP, dall'altra la gestione strutturale e consentire di manipolare le forze aggiuntive sui conci dell'arco.

**Copia ( CTRL + C )** = Pone nella memoria grafica di Windows l'immagine della casella grafica quadrata. Questo comando è utile per rapide operazioni di Copia e Incolla volte ad esportare immagini in altri programmi (ad es. Word, Paint), senza l'obbligo di salvare l'immagine preventivamente su file BMP.

**Esporta Bitmap (.BMP)** [ Barra degli Strumenti:  ] = Crea un file grafico, di estensione BMP, nella sottodirectory: \AEDES2004\OUTPUT

che può essere aperto, visualizzato e modificato in un qualunque programma di disegno in grado di importare files nel formato bitmap (es. PaintBrush, Paint). Il disegno bitmap è un particolare tipo di immagine composta da una serie di punti e non da vettori; esso, pertanto, non può essere ridimensionato in scala. Per il disegno corrente, viene proposto un particolare nome di file che comunque l'utente può variare a piacere.

**Esporta DXF** [ Barra degli Strumenti:  ] = Crea un file grafico, di estensione DXF, del disegno correntemente visualizzato nella casella grafica quadrata; pertanto viene generato un solo layer.

**Togli tutte le forze dai conci dell'arco** = Se l'utente ha inserito forze aggiuntive sui conci dell'arco, questo comando le rimuove tutte.

#### B.2.6.5.3. Menu OPZIONI

Dai comandi del Menu Opzioni è possibile visualizzare ogni arco perimetrale che sia stato aggiunto come condizione al contorno, nonché le loro caratteristiche geometriche in formato testo.

**Arco perimetrale "A"** = Se spuntato, questo menu mostra l'arco perimetrale "A" (arco in basso).

**Arco perimetrale "B"** = Se spuntato, questo menu mostra l'arco perimetrale "B" (arco di destra).

**Arco perimetrale "C"** = Se spuntato, questo menu mostra l'arco perimetrale "C" (arco in alto).

**Arco perimetrale "D"** = Se spuntato, questo menu mostra l'arco perimetrale "D" (arco di sinistra).

**Risultati geometrici** = Questo menu apre la finestra dei risultati geometrici e di carico di tutti gli archi perimetrali aggiunti. Succintamente vengono definiti, per ogni arco, la tipologia (tutto sesto, ellittico...), gli angoli di imposta, le coordinate dei conci e del loro baricentro e molto altro ancora. Provare per credere... Utile per corredare la relazione tecnica.

#### B.2.6.5.4. Menu DISEGNO

Dai comandi del Menu Disegno è possibile personalizzare la rappresentazione grafica, scegliendo ciò che si desidera visualizzare.

**Numerazione Conci** = Se spuntato, questo menu assegna un numero identificativo ad ogni concio dell'arco in visione. La numerazione è progressiva e si svolge in senso antiorario per tutti gli archi perimetrali.

**Estremi Conci** = Se spuntato, questo menu assegna un numero identificativo ai quattro vertici di ogni concio. La numerazione è progressiva e si svolge in senso antiorario per tutti gli archi perimetrali.

**Sovrapponi Calotta** = Se spuntato, questo menu disegna la sagoma della lunetta contenuta dall'arco perimetrale. E' la sovrapposizione di due fogli lucidi che mostra il rapporto esistente fra arco e calotta.

#### B.2.6.5.5. FINESTRA RISULTATI GEOMETRICI ARCHI PERIMETRALI

Il menu 'Archi perimetrali' della finestra 'SVM: vista generale' carica la finestra grafica del primo arco perimetrale disponibile. Dal menu 'Opzioni' della finestra 'Arco perimetrale #' si può scegliere di visualizzare i rimanenti archi perimetrali, nonché i risultati geometrici per di tutti gli archi perimetrali, sia in formato grafico che di testo.

In formato testuale può essere visualizzato, per gli archi perimetrali presenti, tutti i risultati geometrici e di carico, come la tipologia (es. archi a tutto sesto, ellittici...). Per ogni arco è disponibile la griglia delle coordinate dei conci (ogni concio è caratterizzato da quattro vertici più il baricentro, ciascuno di coordinate spaziali x,y,z), gli angoli di imposta destra e sinistra e molto altro ancora. Si scorra il documento muovendo le barre orizzontali e verticali per scoprire le potenzialità di questa finestra.

Utile per corredare la relazione tecnica.

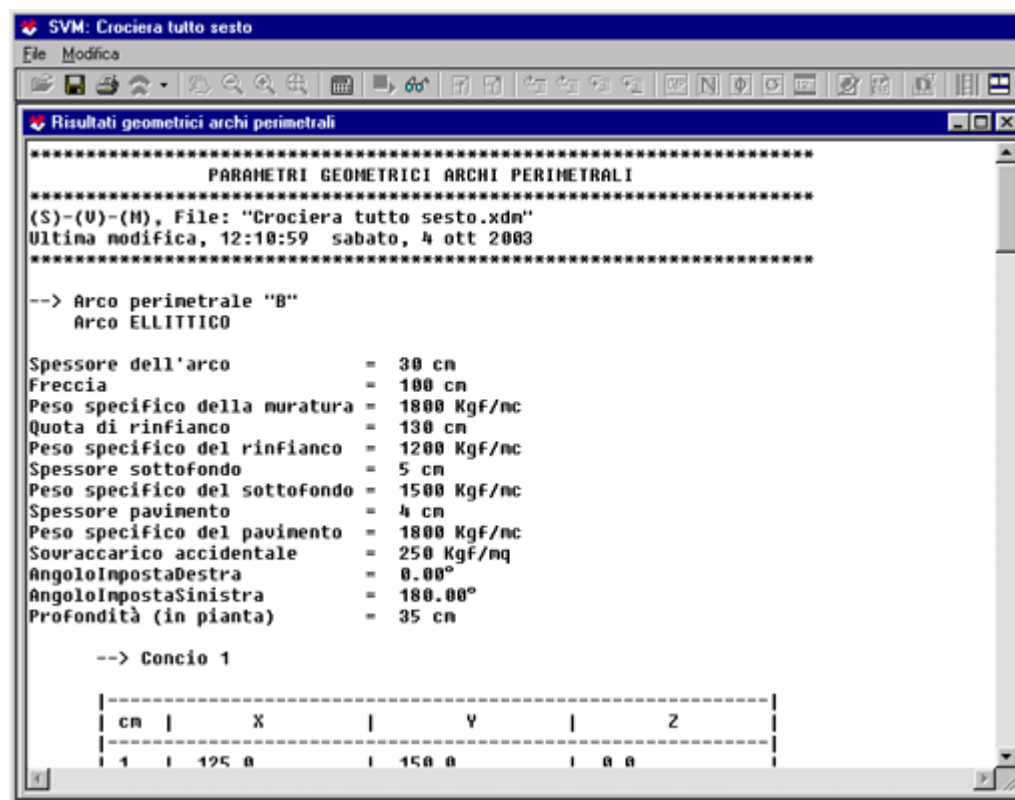



Fig. 29. Finestra Risultati geometrici calotta.

#### B.2.6.5.5.1. Menu FILE

Dai comandi del Menu File delle finestre di testo è possibile stampare tutto o parte del testo della finestra.

**Stampa ( CTRL + P )** [ Barra degli Strumenti:  ] = Stampa tutto il testo contenuto nella finestra ovvero il solo testo selezionato.

**Chiudi** = Chiude la finestra aperta tornando alla finestra principale.

#### B.2.6.5.5.2. Menu MODIFICA

Dai comandi del Menu Modifica è possibile elaborare files RTF e l'esportazione dei dati negli appunti.

**Copia ( CTRL + C )** = Pone nella memoria grafica di Windows il testo selezionato nella finestra corrente. Questo comando è utile per rapide operazioni di Copia e Incolla volte ad esportare testo in altri programmi (ad es. Word).

**Seleziona tutto ( CTRL + A )** = Seleziona tutto il testo e lo copia negli appunti di Windows per poter essere esportato su altre applicazioni.

**Esporta RTF** = Crea un file di testo, di estensione RTF, dell'intero testo contenuto nella finestra, posto di default nella directory \AEDES2004\SVM\OUTPUT.  
Utile per corredare la relazione tecnica.

### B.2.6.6. FINESTRA GEOMETRIA PIEDRITTI

Il menu 'Piedritti' della finestra 'SVM: vista generale' carica la finestra grafica dei piedritti e mostra il primo piedritto. Dal menu 'Opzioni' della finestra 'Geometria Piedritti' si può scegliere di visualizzare i rimanenti. Può essere visualizzato, per il piedritto selezionato, nella casella grafica quadrata più grande a sinistra, la geometria 3D, con possibilità di modificare la vista assonometrica e di realizzare animazioni, e gli sforzi trasmessi dal piedritto stesso sulla superficie del terreno.

Nella seconda casella grafica, posta nell'angolo in basso a destra, viene evidenziata la posizione in pianta del piedritto selezionato.

Nell'angolo in alto a destra trovano posto invece i comandi per la generazione delle animazioni.

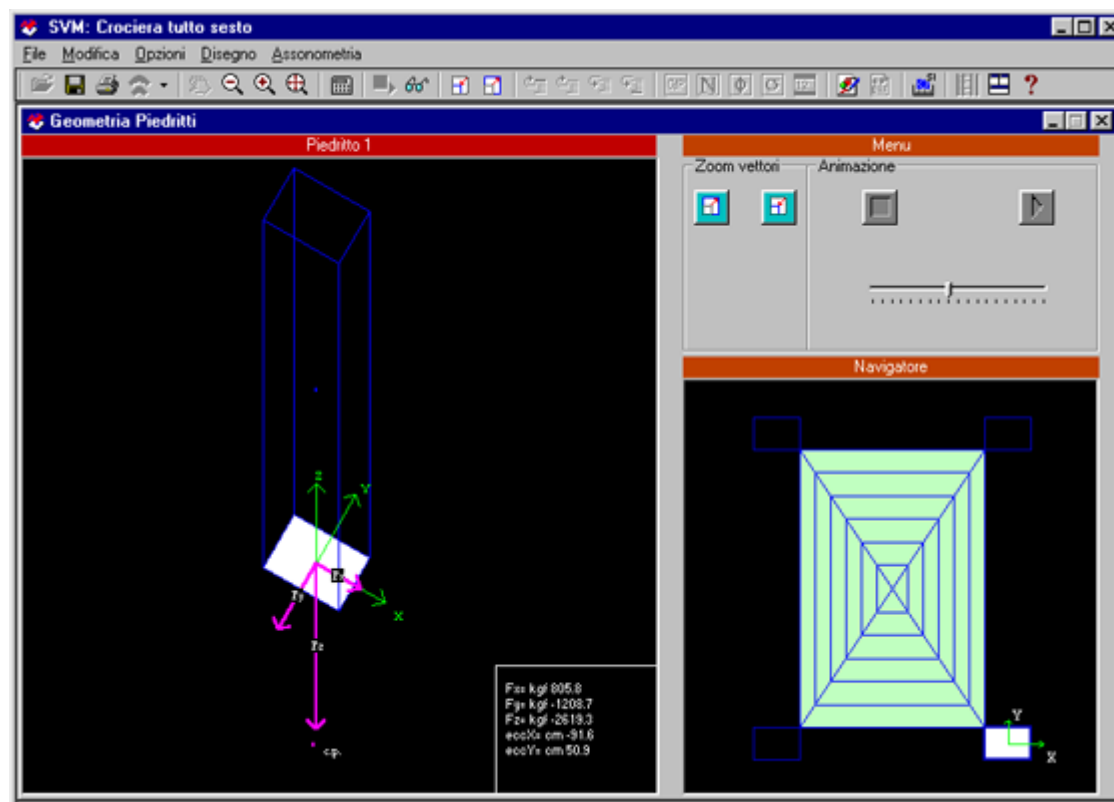


Fig. 30. Finestra Geometria Piedritti: piedritto1.

#### B.2.6.6.1. Menu FILE

Dai comandi del Menu File delle finestre grafiche è possibile stampare le immagini visualizzate nella casella grafica grande posta lungo il lato sinistro della finestra.


**Stampa ( CTRL + P )** [ Barra degli Strumenti: ] = Stampa tutto ciò che è visibile nella casella grafica quadrata più grande.

**Chiudi** = Chiude la finestra aperta tornando alla finestra principale.

#### B.2.6.6.2. Menu MODIFICA

Dai comandi del Menu Modifica è possibile la gestione grafica ed elaborare immagini BMP.

**Copia ( CTRL + C )** = Pone nella memoria grafica di Windows l'immagine della casella grafica quadrata di sinistra. Questo comando è utile per rapide operazioni di Copia e Incolla volte ad esportare immagini in altri programmi (ad es. Word, Paint), senza l'obbligo di salvare l'immagine preventivamente su file BMP.

**Esporta Bitmap (.BMP)** [ Barra degli Strumenti:  ] = Crea un file grafico, di estensione BMP, nella sottodirectory: \ AEDES2004\OUTPUT

che può essere aperto, visualizzato e modificato in un qualunque programma di disegno in grado di importare files nel formato bitmap (es. PaintBrush, Paint). Il disegno bitmap è un particolare tipo di immagine composta da una serie di punti e non da vettori; esso, pertanto, non può essere ridimensionato in scala.

Per il disegno corrente, viene proposto un particolare nome di file che comunque l'utente può variare a piacere.

#### B.2.6.6.3. Menu OPZIONI

Dai comandi del Menu Opzioni è possibile visualizzare tutti i piedritti in grafica 3D.

**Piedritto “1”** = Se spuntato, questo menu mostra il piedritto “1” (piedritto in basso a destra).

**Piedritto “2”** = Se spuntato, questo menu mostra il piedritto “2” (piedritto in alto a destra).

**Piedritto “3”** = Se spuntato, questo menu mostra il piedritto “3” (piedritto in alto a sinistra).

**Piedritto “4”** = Se spuntato, questo menu mostra il piedritto “4” (piedritto in basso a sinistra).

#### B.2.6.6.4. Menu DISEGNO

Dai comandi del Menu Disegno è possibile personalizzare la rappresentazione grafica, scegliendo ciò che si desidera visualizzare.

**Forze a terra** = Se spuntato, questo menu disegna l'azione trasmessa a terra dal piedritto selezionato, evidenziandone le tre componenti dirette secondo gli assi del riferimento cartesiano tridimensionale locale, posto nella sezione di base del piedritto con origine nel baricentro.

**Risultanti delle forze a terra** = Se spuntato, questo menu disegna l'azione trasmessa a terra dal piedritto selezionato, sotto forma di uno sforzo tagliente risultante giacente sul piano orizzontale nella sezione di base, che, per effetto della sua distanza dal baricentro, è responsabile del momento torcente (braccio di torsione), e uno sforzo normale risultante con direzione verticale che dista dal baricentro le due eccentricità (Ex) ed (Ey) e che pertanto è responsabile della verifica a compressione e a ribaltamento dello stesso piedritto.



### B.3. FILES DXF

#### B.3.1. OUTPUT SU FILE DXF

I files DXF in output possono essere richiamati per visualizzazione ed eventuali modifiche e/o integrazioni dai programmi di CAD tramite gli opportuni comandi; ad esempio, in AutoCAD il comando DXFIN consente l'importazione dei disegni archiviati sotto forma di file DXF. Utilizzando le versioni più recenti per Windows, il doppio clic sul file DXF generalmente apre direttamente il disegno contenuto nel file.

Tutte le rappresentazioni grafiche di SVM sono esportabili su CAD via files DXF di output.

Nei vari disegni prodotti, SVM utilizza i seguenti layers:

Layers per gli archi diagonali della calotta:

Arco Diagonale 1= arco diagonale 1 (geometria con o senza diagrammi)

Arco Diagonale 2= arco diagonale 1 (geometria con o senza diagrammi)

Layers per gli archi perimetrali presenti

Arco perimetrale A= arco perimetrale "A" (se presente, la sola geometria)

Arco perimetrale B= arco perimetrale "B" (se presente, la sola geometria)

Arco perimetrale C= arco perimetrale "C" (se presente, la sola geometria)

Arco perimetrale D= arco perimetrale "D" (se presente, la sola geometria)

Layers per gli archi ideali delle quattro lunette:

Per ogni arco ideale # dal primo all'ultimo, i seguenti layers:

Lunetta A Arco #= Arco # della lunetta A (geometria con o senza diagrammi)

Lunetta B Arco #= Arco # della lunetta B (geometria con o senza diagrammi)

Lunetta C Arco #= Arco # della lunetta C (geometria con o senza diagrammi)


Lunetta D Arco #= Arco # della lunetta D (geometria con o senza diagrammi)

Layer per la pianta

Pianta= Pianta della crociera, compresi i piedritti e le condizioni al contorno (la sola geometria)

Il file DXF, se generato dalla finestra principale 'SVM: vista generale' attraverso l'apposito bottone collocato in alto sulla barra degli strumenti, definirà tutti i layers di cui sopra (scomposizione completa di tutta la volta a crociera) e ciascun layer conterrà esclusivamente la geometria dell'oggetto disegnato.

Il file DXF, se generato da una qualsiasi finestra grafica, definirà il solo layer corrispondente a ciò che risulta disegnato (es.: se è in visione l'arco 1 della lunetta A, con il diagramma degli angoli di scorrimento, il file DXF generato conterrà tutte queste informazioni).

Nella fig. 31 è riportata una schermata di SVM riferita all'arco 5 di una lunetta A a tutto sesto. Attivata la finestra grafica, utilizzando il comando 'Esporta DXF' del menu Modifica (o equivalentemente il pulsante grafico  della barra degli strumenti), si ottiene il disegno per CAD mostrato in fig. 50 (è stato utilizzato, per la fig. 32, AutoCAD 2000).

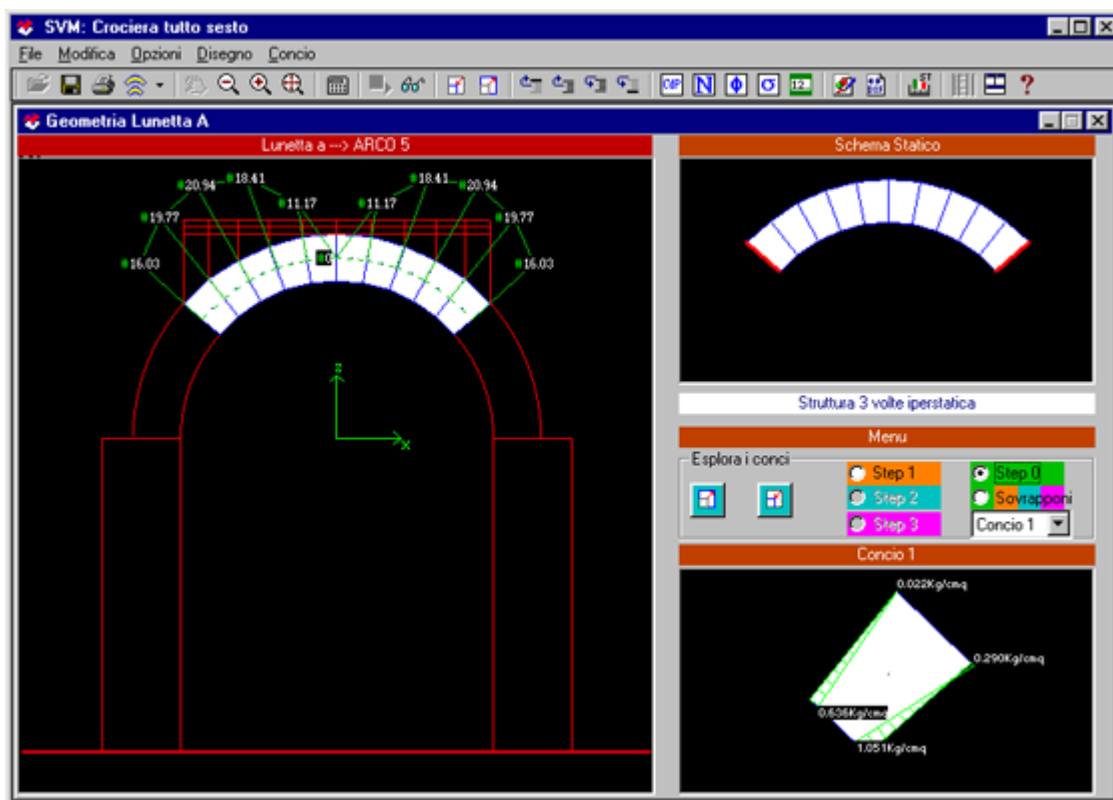


Fig. 31. Esempio per l'output su file DXF.

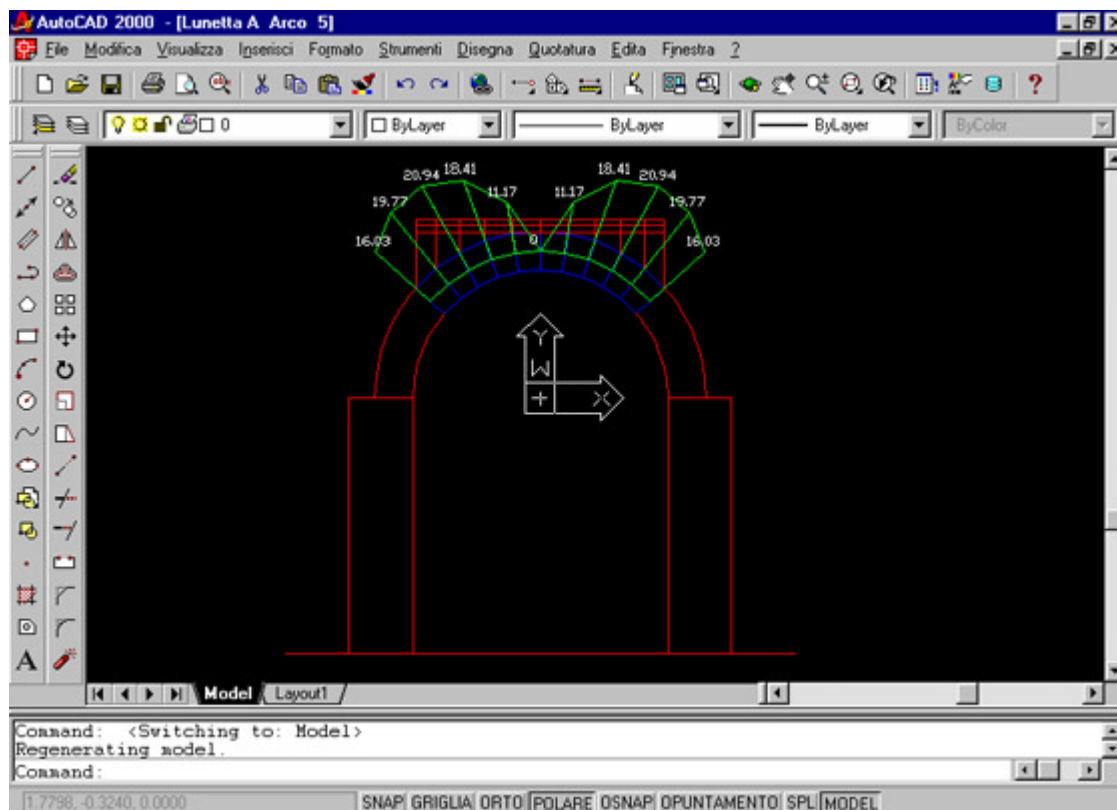


Fig. 32. Output su file DXF riferito alla fig. 49.

## B.4. BARRA DEGLI STRUMENTI

La barra degli strumenti contiene i pulsanti grafici che permettono l'esecuzione rapida di molti dei comandi principali di SVM. I vari pulsanti sono attivati o meno a seconda del contesto, ossia di quale è la finestra attiva al momento.

Nella figura seguente, sono riportati i comandi corrispondenti ai pulsanti grafici della barra degli Strumenti.

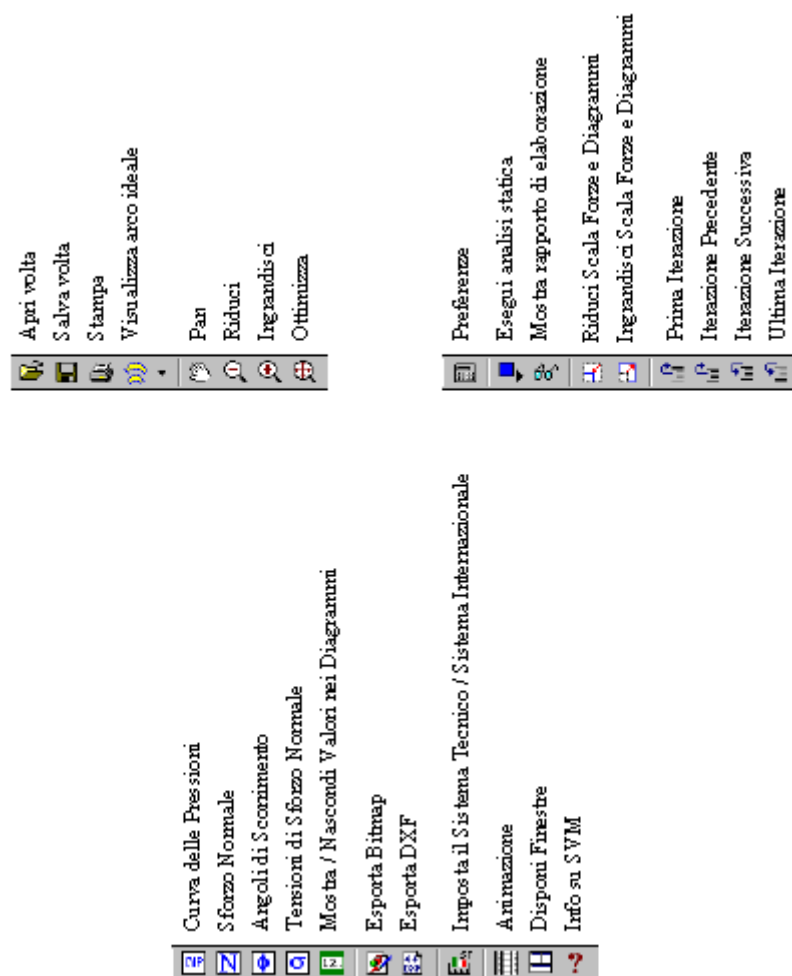







Fig. 33. Barra degli Strumenti.


**Apri ( CTRL + O )** [ Barra degli Strumenti:  ] = Apre un archivio esistente, con estensione XDM.


**Salva ( CTRL + S )** [ Barra degli Strumenti:  ] = Salva la Volta corrente, col nome del file attuale, nella directory in cui attualmente si trova.


**Stampa ( CTRL + P )** [ Barra degli Strumenti:  ] = Stampa la grafica o il testo in funzione della finestra attiva.


**Visualizza arco ideale** [ Barra degli Strumenti:  ] = Questo comando seleziona l'arco ideale successivo della volta. Facendo click sul pulsante accanto si apre una casella a discesa da cui è possibile scegliere un preciso numero di arco.


**Pan** [ Barra degli Strumenti:  ] = Questo comando, disponibile solo per la finestra principale, muove i disegni contenuti nelle caselle grafiche trascinandoli con il mouse. L'attivazione del comando Pan sulla barra degli strumenti, lo sostituisce con il comando Strumento Selezione arco.


**Strumento selezione arco** [ Barra degli Strumenti:  ] = Questo comando, disponibile solo per la finestra principale, seleziona un arco ideale facendo click su di esso, nella casella grafica della pianta, con il mouse. L'attivazione del comando Strumento Selezione arco sulla barra degli strumenti, lo sostituisce con il comando Pan.


**Riduci** [ Barra degli Strumenti:  ] = Riduce le dimensioni del disegno visualizzato, considerando come punto fisso l'origine del sistema di riferimento (x,y,z).


**Ingrandisci** [ Barra degli Strumenti:  ] = Ingrandisce le dimensioni del disegno visualizzato, considerando come punto fisso l'origine del sistema di riferimento (x,y,z).


**Ottimizza** [ Barra degli Strumenti:  ] = Mostra la visualizzazione ottimale del disegno, adattandolo nel modo migliore possibile alle dimensioni della finestra grafica.


**Preferenze** [ Barra degli Strumenti:  ] = Apre la finestra di dialogo 'Preferenze', dove si selezionano le opzioni di gradimento grafico e quelle secondo le quali eseguire l'analisi.


**Esegui analisi statica** [ Barra degli Strumenti:  ] = Esegue il calcolo strutturale della volta a crociera. In un'apposita finestra vengono presentate le barre di avanzamento (in colore blu), indicatrici delle fasi successive di analisi.


**Mostra Rapporto di Elaborazione** [ Barra degli Strumenti:  ] = Visualizza la finestra 'Risposta strutturale' dove vengono presentati, in maniera sintetica, i risultati delle analisi: viene descritta la stabilità o meno di ogni arco costituente la struttura.


**Riduci Scala Forze e Diagrammi** [ Barra degli Strumenti:  ] = Riduce i vettori, le tensioni interne, i diagrammi delle sollecitazioni, per ottimizzare la resa del disegno.


**Ingrandisci Scala Forze e Diagrammi** [ Barra degli Strumenti:  ] = Ingrandisce i vettori, le tensioni interne, i diagrammi delle sollecitazioni, per ottimizzare la resa del disegno.


**Prima Iterazione** [ Barra degli Strumenti:  ] = Nel caso che il tipo di disegno attivo sia un'elaborazione di calcolo statica di un arco, seleziona il primo passo del procedimento iterativo (applicato nella risoluzione della struttura). Si ricorda che soltanto il passo finale nel caso di procedimento convergente ha significato fisico; i passi intermedi sono da rivedersi puramente come fasi numeriche.


**Iterazione Successiva** [ Barra degli Strumenti:  ] = Nel caso che il tipo di disegno attivo sia un'elaborazione di calcolo statica di un arco, seleziona il passo successivo del procedimento iterativo (applicato nella risoluzione della struttura). Si ricorda che soltanto il passo finale nel caso di procedimento convergente ha significato fisico; i passi intermedi sono da rivedersi puramente come fasi numeriche.


**Iterazione Precedente** [ Barra degli Strumenti:  ] = Nel caso che il tipo di disegno attivo sia un'elaborazione di calcolo statica di un arco, torna al passo precedente del procedimento iterativo (applicato nella risoluzione della struttura). Si ricorda che soltanto il passo finale nel caso di procedimento convergente ha significato fisico; i passi intermedi sono da rivedersi puramente come fasi numeriche.


**Ultima Iterazione** [ Barra degli Strumenti:  ] = Nel caso che il tipo di disegno attivo sia un'elaborazione di calcolo statica di un arco, seleziona l'ultimo passo del procedimento iterativo (applicato nella risoluzione della struttura). Si ricorda che soltanto il passo finale nel caso di procedimento convergente ha significato fisico; i passi intermedi sono da rivedersi puramente come fasi numeriche.

**Curva delle Pressioni** [ Barra degli Strumenti:  ] = Se spuntato, questo menu disegna sull'arco il poligono funicolare corrispondente al passo selezionato del procedimento iterativo di calcolo.

**Sforzo normale** [ Barra degli Strumenti:  ] = Se spuntato, questo menu disegna sull'arco il diagramma dello sforzo normale corrispondente al passo selezionato del procedimento iterativo di calcolo.

**Angoli di scorrimento** [ Barra degli Strumenti:  ] = Se spuntato, questo menu disegna sull'arco il diagramma degli angoli di scorrimento al passo selezionato del procedimento iterativo di calcolo.


**Mostra valori nei diagrammi** [ Barra degli Strumenti:  ] = A seconda che sia spuntato o meno, questo menu mostra o nasconde sull'arco i valori del diagramma che è in rappresentazione.





**Esporta Bitmap (.BMP)** [ Barra degli Strumenti:  ] = Crea un file grafico dell'immagine corrente, di estensione BMP, nella sottodirectory:


\\AEDES2004\\OUTPUT


che può essere aperto, visualizzato e modificato in un qualunque programma di disegno in grado di importare files nel formato bitmap (es. PaintBrush, Paint). Il disegno bitmap è un particolare tipo di immagine composta da una serie di punti e non da vettori; esso, pertanto, non può essere ridimensionato in scala.

Per il disegno corrente, viene proposto un particolare nome di file che comunque l'utente può variare a piacere.


**Esporta DXF** [ Barra degli Strumenti:  ] = Crea un file grafico, di estensione DXF, del disegno rappresentato nella finestra attiva ovvero di tutti i disegni di SVM se la finestra attiva è la principale 'SVM: vista generale'.

**Imposta il Sistema Tecnico \ Sistema Internazionale** [ Barra degli Strumenti:   ] = Consente la scelta dell'unità di misura dei pesi secondo il Sistema Internazionale  o secondo il Sistema Tecnico , secondo l'equivalenza 10N = Kg. La scelta dell'unità di misura risulta applicata alla sola volta corrente. Per memorizzare la nuova impostazione scegliere invece l'opzione omologa della scheda 'Avanzate' nella finestra Preferenze.

**Animazione** [ Barra degli Strumenti:  ] = Disponibile solo per la finestra principale 'SVM: vista generale' passa in rassegna in sequenza tutti gli archi delle lunette in cui la volta è stata scomposta.

**Disponi Finestre** [ Barra degli Strumenti:  ] = Ottimizza la disposizione delle finestre di SVM, secondo le modalità di default più convenienti per la gestione del programma.

In ogni momento, quindi, anche dopo aver spostato alcune finestre, è possibile richiamare la disposizione ottimale.

**Info su SVM** [ Barra degli Strumenti:  ] = Visualizza il nome del programma e le informazioni di copyright.

## B.5. SUGGERIMENTI SULL'USO INFORMATICO

**Per apprendere l'utilizzo di SVM:** la migliore modalità di apprendimento all'uso del programma avviene leggendo e ripercorrendo con attenzione l'esempio guidato E-A-01 riportato nel paragrafo C.1.1. del volume 'Esempi Applicativi'.

Appena ricevuto il pacchetto, non conviene avventurarsi nell'uso del software subito con una propria struttura, magari complessa: prima eseguire l'esempio, seguendo le istruzioni passo-passo, e ripassare la Teoria, illustrata in dettaglio nel volume dedicato: la conoscenza della teoria è fondamentale per il consapevole utilizzo del programma. Stampare anche il presente Manuale, e leggerlo per cominciare ad apprendere le fasi di input ed i significati delle varie schematizzazioni strutturali (tipologie di volte e archi, modalità di verifica, files DXF, ecc.)

La seguente sezione (Come fare per...) intende dare una serie di risposte alle più frequenti domande inoltrate dagli Utenti. La AEDES Software s.a.s., con il proprio Servizio di Supporto per gli Utenti - svolto nell'ambito del Servizio di Assistenza - aggiorna periodicamente la pagina FAQ (=domande e risposte più frequenti) nel proprio sito Internet **www.aedes.it**

### B.5.1. COME FARE PER...

#### B.5.1.1. SALVARE UNA SCHERMATA

Qualunque schermata di Windows, relativa a qualsiasi programma utilizzato, può essere salvata come immagine bitmap per poi essere riutilizzata, ad esempio, per relazioni (ad es. in Word) o modifiche delle figure (ad es. in Paint).

Per salvare in una bitmap la schermata, si utilizzano i comandi del sistema operativo Windows:

**ALT + STAMP** pone in memoria solo la finestra attiva (quella correntemente in evidenza);

**STAMP** pone in memoria tutta la schermata di Windows.

Subito dopo è possibile incollare l'immagine ad esempio in Word, o in Paint, utilizzando i comandi:

**CTRL + V** o **MAIUSC + INS**

Per esempio, per esportare da SVM l'immagine della finestra Tipologia Volta (può essere utile, dal momento che contiene le immagini 3D delle diverse tipologie geometriche delle volte a crociera), attivarla e premere:

**ALT + STAMP**

e quindi, in Word, incollare.

#### B.5.1.2. SELEZIONARE TESTO IN UNA FINESTRA E COPIARLO ALTROVE

Il testo in una qualunque finestra può essere selezionato trascinandovi sopra il mouse, tenendo premuto il pulsante sinistro. Appena il testo è evidenziato, fare click con il destro e scegliere il menu copia.

Per incollarlo altrove, utilizzare il menu incolla.

Per esempio, questo tipo di esportazione può essere utile, in SVM, per copiare solo le parti di testo di interesse, senza dover necessariamente esportarlo tutto.

#### B.5.1.3. INSERIRE NELLA RELAZIONE LE FIGURE DELLE FINESTRE GRAFICHE

Per inserire nella Relazione di calcolo le figure, occorre: aver precedentemente creato la relazione su file RTF, ed averla aperta ad esempio con Word (Word è quindi aperto insieme a SVM).


In SVM, facendo clic sulla finestra grafica interessata, la si attiva (bordo evidenziato). Scegliere il comando 'Copia' (CTRL + C) dal menu Modifica; il comando pone nella memoria grafica di Windows l'immagine al momento visualizzata.


Per incollarla nella relazione: all'interno di Word, scorrere il testo fino alla posizione desiderata, e quindi eseguire il comando Incolla del menu Modifica di Word.


In alternativa, le immagini di SVM possono essere salvate su bitmap, generando files di archivio grafico BMP generalmente in AEDES2004\SVM\OUTPUT, e quindi, magari in un secondo tempo, richiamate da Word per l'inserimento nella relazione.


#### B.5.1.4. MIGLIORARE LA VISUALIZZAZIONE DEI DIAGRAMMI


Utilizzare i pulsanti grafici della barra degli strumenti, e più esattamente:

 per ridurre la scala del diagramma;

 per ingrandire la scala del diagramma;

 per mostrare o nascondere i valori numerici associati al diagramma (nel caso dei seguenti diagrammi: sforzo normale, angoli di scorrimento);

 per ridurre la scala dell'intero disegno;

 per ingrandire la scala dell'intero disegno.

#### B.5.1.5. VISUALIZZARE LE REAZIONI D'IMPOSTA

Per visualizzare **in formato testo** le azioni alle imposte degli archi ideali in cui le lunette sono state scomposte, selezionare nella finestra principale il menu 'Esegui → Risultati Lunette (arco selezionato) → Risultati calcolo strutturale' e scorrere il documento di testo che si è aperto fino alla dicitura "Sollecitazioni alle imposte riferite allo step #". Tale numero # di step può essere l'ultimo step compiuto dal procedimento iterativo di calcolo (significa che l'arco consegue la stabilità con o senza l'uso di distorsioni impresse) oppure lo step 0 (significa che l'arco è instabile).


In analogia a quanto succitato, sono visibili anche le azioni alle imposte degli archi diagonali e di quelli perimetrali.

Per visualizzare **graficamente** le azioni alle imposte degli archi ideali in cui le lunette sono state scomposte, selezionare nella finestra principale il menu 'Finestra → Calotta' per aprire la finestra che mostra la pianta della crociera. Quindi scegliere il menu 'Opzioni → Lunetta #' e scorrere i conci nella casella grafica rettangolare nell'angolo di destra fino al raggiungimento del primo e dell'ultimo concio.

In analogia a quanto succitato, sono visibili anche le azioni alle imposte degli archi diagonali e di quelli perimetrali.


In analogia a quanto succitato, sono visibili anche le azioni alle imposte degli archi diagonali.

#### B.5.1.6. BARRA DEGLI STRUMENTI INCOMPLETA

La barra degli Strumenti può risultare troncata sulla destra della schermata. L'ultimo pulsante grafico a destra deve essere sempre il pulsante della Guida: .

Per visualizzare al completo la barra degli Strumenti, utilizzare almeno la risoluzione 800x600: è questa la risoluzione ottimale per l'uso di SVM (consigliata, peraltro, con caratteri piccoli). I caratteri grandi peggiorano in generale l'aspetto delle finestre di SVM.

#### B.5.1.7. FINESTRE SOVRAPPOSTE

Spostando le finestre di SVM sul video, con operazioni tipiche di Windows, è possibile creare schermate caotiche. In tal caso, si consiglia di utilizzare il pulsante grafico 'Disponi' della barra degli strumenti: , che ottimizza la disposizione delle finestre di SVM, secondo le modalità di default più convenienti per la gestione del programma.

In ogni momento, quindi, anche dopo aver spostato e/o ridimensionato alcune finestre, è possibile richiamare la disposizione ottimale.

#### B.5.1.8. APRIRE I FILES DI SVM SALVATI

Come tutte le applicazioni di Windows, SVM 2004 consente di salvare files (volte archiviate in formato XDM) e di archivarli per successive sessioni di lavoro.

Il recupero dei dati salvati, ovvero l'apertura dei files può avvenire indifferentemente in uno dei seguenti modi:

- dall'interno del programma si scelga il Menu File → Apri,
- Si faccia doppio click direttamente sul file XDM.

Per quanto riguarda l'utilizzo della seconda potenzialità, deve essere eseguita, la prima volta, l'associazione dei files XDM al software SVM, modificando il Registro di Sistema di Windows.

Si riporta la modalità di impostazione sotto Windows '98:

- 1) Si apra una qualunque cartella di Windows, ad esempio la cartella Documenti
- 2) Si scelga dal Menu Visualizza il comando 'Opzioni cartella' e si visualizzi la scheda 'Tipi di file'
- 3) Si scelga il pulsante 'Nuovo tipo' e nel campo 'Estensione associata' si scriva "xdm"
- 4) Si faccia click su 'Nuova'
- 5) Si riempi la casella 'Operazione' con la dicitura "openfile"
- 6) Si faccia click su 'Sfoglia' e si cerchi l'eseguibile di SVM, che, se non sono state apportate modifiche, dovrebbe trovarsi nel percorso unitàDisco\AEDES2004\SVM
- 7) Si preme 'OK'
- 8) Si scelga 'Cambia icona' per impostare l'icona dei files di SVM, poi si preme 'Sfoglia' e si ricerchi il file 'IconaFileSVM.ico', che dovrebbe essere presente nella cartella unitàDisco\AEDES2004\SVM\FILES.
- 9) Si preme 'OK, poi 'Chiudi'
- 10) Si preme 'Chiudi' e il gioco è fatto.

Da ora in poi ogni files di SVM 2004 si presenterà con la sua propria icona e potrà essere aperto direttamente dall'evento doppio-click.



## B.6. SUGGERIMENTI SULL'USO INGEGNERISTICO

### B.6.1. COME FARE PER...

#### B.6.1.1. CONSIGLI SULLA SUDDIVISIONE DELLA VOLTA IN ARCHI E CONCI

Per scegliere la modalità di suddivisione della volta a crociera in archi ideali, utilizzare la scheda Sovraccarico della finestra Dati Volta.

Gli **archi** ideali hanno il **significato matematico** di discretizzazione del 'continuo'. Pertanto, possono essere organizzati a piacere dall'Utente, che dovrà considerare la conseguenza numerica della scelta effettuata.

Una considerazione importante sul metodo agli elementi finiti utilizzato da SVM, è la sostanziale invarianza del risultato rispetto all'aumento del numero degli Archi della schematizzazione. Questo indica che la discretizzazione della volta con un numero elevato di archi non è un'operazione, in generale, necessaria per cogliere la stabilità della struttura. Peraltro, l'incremento del numero dei archi aumenta sensibilmente i tempi di elaborazione a causa del metodo matriciale utilizzato.

Per ogni arco non è possibile scegliere a piacere il numero di conci, ma modificando il numero di archi ideali si può cogliere anche le modifiche che intervengono in termini di conci. Aumentando, ad esempio, il numero di archi del modello, il generico arco numero "id" della generica lunetta sarà sempre costituito da "2\*id" conci, ma la loro ampiezza sarà minore. Ciò conduce ad un'analisi più accurata, ma più onerosa in termini di tempo. Importante sarebbe non scendere mai sotto il valore di default, che per la volta in esame, SVM propone sua sponte.

#### B.6.1.2. PROCEDIMENTO ITERATIVO NON CONVERGENTE

La convergenza del procedimento iterativo utilizzato nella risoluzione del problema strutturale dell'equilibrio di ogni arco (secondo i criteri illustrati ne 'La Teoria') corrisponde alla stabilità della volta stessa. Pertanto, un calcolo non convergente è indice di instabilità quando siano stati eseguiti tutti i passi possibili del procedimento iterativo. Si ricorda infatti che per un arco in muratura semplice non è possibile spingere le iterazioni oltre il quarto passo, che corrisponde alla formazione della terza cerniera, in quanto un'ulteriore cerniera creerebbe una struttura labile.

Diverso è comunque il caso in cui non risulti verificato un arco ideale di una lunetta dal caso in cui non risultino verificati uno o entrambi gli archi diagonali. Si veda il volume 'La Teoria' per maggiori informazioni.

#### B.6.1.3. INSERIMENTO DI FORZE CONCENTRATE SULLA CALOTTA

SVM prevede l'inserimento di aree di carico sulla calotta. Tali aree, oltre a zone di normali sovraccarichi permanenti e variabili, possono anche essere considerate come l'impronta sul pavimento della crociera di pareti o altre strutture verticali che potrebbero suddividere l'ambiente superiore.

Non è previsto l'inserimento di forze concentrate in genere.

Pertanto il problema può essere aggirato facilmente definendo le dimensioni della corrispondente area di impronta su cui distribuirlo, nel seguente modo.

Si consideri ad esempio di dover inserire al centro di una volta rettangolare di dimensioni planimetriche 2 metri per 3 una forza concentrata pari a  $F = 5000 \text{ Kg}$ .

Ricordando che la finestra di dialogo di SVM che gestisce l'aggiunta delle aree di carico richiede le distanze in centimetri e la densità di carico di un'area in  $\text{Kg/mq}$ , si può procedere ipotizzando l'area come unitaria:

$$F = 5000 \text{ Kg}$$

Una forza concentrata può sempre essere considerata come il risultante di una ipotetica area di carico, quindi si può scrivere:

$$5000 \text{ Kg} = p(\text{Kg/cm}^2) \times 1\text{cm} \times 1\text{cm}$$

da cui

$$p(\text{Kg/cmq}) = 5000$$

Dunque:

$$p(\text{Kg/mq}) = p(\text{Kg/cmq}) \times 100 \times 100$$

da cui, nel caso dell'esempio

$$p(\text{Kg/mq}) = 5000 \times 100 \times 100 = 50.000.000$$

La finestra di dialogo di SVM per l'inserimento di una forza concentrata pari a 5000 Kg sarà la seguente:

--- Carico 1 ---

Inizia da  cm dal lato sinistro della volta.

Finisci a  cm dal lato sinistro della volta.

Inizia da  cm dal lato inferiore della volta.

Finisci a  cm dal lato inferiore della volta.

Densità:  kN/mq

**Fig. 34.** Esempio di forza concentrata di 5000 Kg posta al centro di una crociera di 2x3 metri.

#### B.6.1.4. PIEDRITTI E CALOTTA DI DIVERSO MATERIALE (PESO SPECIFICO DIFFERENTE)

SVM consente l'inserimento di un solo valore per il peso specifico della muratura della calotta (si veda la voce 'Muratura calotta' posta nella scheda 'Calotta e Rinfilanco' della finestra Dati Volta), il quale viene assunto anche come peso specifico dei piedritti di sostegno.

Si può incontrare il caso in cui piedritti e calotta abbiano peso differente, ad esempio quando gli uni sono in pietra e l'altra in muratura di mattoni. Oppure il caso più complesso in cui gli stessi piedritti siano materialmente l'uno diverso dall'altro e tutti diversi dalla calotta.

Non presentando SVM due caselle di testo separate, ovvero cinque caselle di testo (quattro per i piedritti ed una per la struttura) si deve inserire il peso specifico corrispondente alla volta. Successivamente si passa a modificare il peso dei pilastri, uno ad uno, utilizzando l'opzione delle condizioni al contorno che consentono l'aggiunta delle forze sui piedritti.

Si scelga quindi dal menu principale Modifica il comando 'Condizioni al contorno' e si faccia click sul piedritto che si desidera alterare, raffigurato nella tool. Si scelga adesso la voce 'Aggiungi' e si inserisca una nuova forza, di sola componente verticale  $F_z$ , applicata nel baricentro del piedritto. Va da sé che tale forza sarà diretta verso il

basso nel caso in cui il peso specifico del pilastro sia maggiore di quello della calotta e diretta verso l'alto nel caso contrario.

Esempio.

Si consideri una volta in muratura (peso specifico 1800 Kg/mc) con piedritti rettangolari di dimensioni 30 x 40 x 200 cm, in muratura di pietrame e malta (peso specifico 2200 Kg/mc), con il lato minore della sezione disposto secondo l'asse X (lato minore della volta) e il maggiore secondo l'asse Y (lato maggiore della volta). Poiché non è consentito l'inserimento di più di un dato corrispondente al peso specifico dei materiali in gioco, alla voce Muratura calotta digiteremo il valore 1800. Tale valore sarà assunto così anche per i piedritti.

**FINESTRA DATI VOLTA:**

SCHEDA CALOTTA E RINFIANCO

MURATURA CALOTTA = 1800 Kg/mc

Il peso complessivo del piedritto, per SVM, sarà dunque dato dalla relazione:

$$1800 \times 30 \times 40 \times 200 / 100 / 100 / 100 = 432 \text{ Kg}$$

e corrisponde ad una forza risultante verticale, diretta verso il basso, applicata nel baricentro di ogni piedritto.

Poiché però il peso specifico dei piedritti era maggiore e pari a 2200 Kg/mc, il vero peso complessivo di ogni pilastro corrisponde a:

$$2200 \times 30 \times 40 \times 200 / 100 / 100 / 100 = 528 \text{ Kg} > 432 \text{ Kg}$$

Per differenza sappiamo che il piedritto pesa più di quanto stimato da SVM:

$$528 - 432 = 96 \text{ Kg}$$

Tale differenza di peso rappresenta la forza correttiva da applicare su ogni piedritto, ed avrà segno negativo, perché concorde con la precedente. La finestra di dialogo della forza aggiuntiva conterrà quindi, per ogni pilastro, i seguenti dati:

**PIEDRITTO #:**    --- **FORZA CONCENTRATA # ---:**  
APPLICATA A: 15    cm DAL LATO SINISTRO DEL PIEDRITTO  
              A: 20    cm DAL LATO SINISTRO DEL PIEDRITTO  
              A: 100 cm DA TERRA  
INTENSITA' :  
              F<sub>x</sub> = 0    Kg  
              F<sub>y</sub> = 0    Kg  
              F<sub>z</sub> = -96 Kg

#### **B.6.1.5. SEQUENZA DI VOLTE A CROCIERA (PORTICATI)**

Una fra le applicazioni più interessanti di SVM, pertanto molto frequenti nella pratica architettonica, è rappresentata dai porticati, ovvero dalla presenza in un fabbricato non solo di una singola volta a crociera, ma la sua ripetizione in sequenza. Si pensi, ad esempio, alle navate delle chiese.

L'esempio E-p-01, riportato come esempio di progetto nel pacchetto di installazione, mostra nel dettaglio l'approccio che deve essere affrontato per risolvere un caso del genere.

Rimandando dunque alla lettura dell'esempio succitato, nel Manuale 3, e alla consultazione dei files allegati, ci soffermiamo a fornire in questa sede alcuni consigli utili, utili soprattutto e quasi esclusivamente per casi di questo tipo.

SVM, al primo lancio, dopo l'installazione, crea un file di preferenze di default, che vengono assunte per tutti i successivi calcoli strutturali. Fino a quando l'utente non modificherà tali valori (Menu Opzioni → Preferenze) questi rimarranno invariati. Nel caso di modifica, è possibile ripristinare i valori di default premendo il pulsante

di comando 'Ripristina' della finestra di dialogo Preferenze, cui deve seguire necessariamente la pressione indifferentemente del pulsante 'Applica' o del pulsante 'OK'.

Il caso del porticato, richiede in genere la variazione di uno di questi valori di default, che poco si adatta al caso in esame, ma che viceversa ben descrive il caso della volta isolata (ecco il perché di valori pre-impostati di default): nella finestra Preferenze si scelga la Scheda Tolleranza Distanze e si deselezioni il bottone di opzione 'Considera anche forze fuori piano', facendoci click con il mouse; si scelga infine OK. Generalmente infatti le forze fuori piano, trasmesse dalle lunette di una crociera agli archi perimetrali o ai muri d'ambito, sono di intensità ridotte e quindi trascurabili ai fini del calcolo della stabilità delle volte. Considerazione giustificata anche dal fatto che ogni coppia di crociere, separate da un arco perimetrale, producono in genere azioni fuori piano che risultano essere più o meno uguali ed opposte e non tendono quindi a mandare in instabilità (problema di ribaltamento) l'arco perimetrale sollecitato.

La seconda operazione da compiere, nel caso dei porticati, è lo studio delle varie volte a crociera utilizzando un criterio, che sia sempre lo stesso. Di default SVM scompone sua sponte ogni volta in un numero di archi ideali: ma anche questa interpretazione del problema ben si adatta al caso singolo. Per il caso in questione, invece, risulta, non indispensabile ma molto conveniente, scomporre tutte le volte in uno stesso numero di archi.

Il metodo proposto, al fine di non sconfinare in una scomposizione grossolana e poco reale di alcune calotte, è dunque il seguente.

Date  $N$  campate, ciascuna di proprie dimensioni planimetriche "a" e "b" (con "a"  $\leq$  "b"), si consideri la campata che, fra tutte quelle in esame, presenti il maggiore "b". L'analisi con SVM di detta crociera fornisce di default un numero di archi ideali. Si assumerà tale valore come valore fisso, che verrà adottato anche per tutte le rimanenti campate (che dovrà essere quindi impostato manualmente).

**SVM 2004** (c) 2003-2004 *AEDES Software per Ingegneria Civile s.a.s.*

## **SISTEMI VOLTATI IN MURATURA**

### **C. ESEMPI APPLICATIVI 115**

#### **C.1. ESEMPI DI APPRENDIMENTO 116**

C.1.1. **E-A-01:** ESEMPIO GUIDATO. VOLTA A CROCIERA ELLITTICA 116

#### **C.2. ESEMPI DI STUDIO E PROGETTAZIONE 124**

C.2.1. E-P-01: LA COLONICA DI TRANCHEDAIA NEL COMUNE DI BIBBIENA 124

C.2.1.1. **E-P-01-A:** FILE “CROCIERA 3,1.xdm” 129

C.2.1.2. **E-P-01-B:** FILE “CROCIERA 3,2.xdm” 129

C.2.1.3. **E-P-01-C:** FILE “PIEDRITTO ANGOLARE.xdm” 130

C.2.1.4. **E-P-01-D:** FILE “PIEDRITTO PERIMETRALE 4,1 – 4,2.xdm” 130

C.2.1.5. **E-P-01-E:** FILE “PIEDRITTO PERIMETRALE 4,1 – 3,1.xdm” 132

C.2.1.6. **E-P-01-F:** FILE “PIEDRITTO INTERNO.xdm” 134

### **D. APPENDICE 141**

D.1. STRUTTURA DELLE DIRECTORY DI SVM 141

D.2. CARATTERISTICHE OPERATIVE DI SMV 142

D.3. UNITA’ DI MISURA 143

## C. ESEMPI APPLICATIVI

La consultazione degli esempi applicativi forniti in dotazione a SVM 2004 costituisce un ottimo metodo per l'apprendimento delle caratteristiche e delle funzionalità del programma.

Gli esempi applicativi sono suddivisi in esempi di Apprendimento e in esempi di Studio e Progettazione.

Gli **Esempi di Apprendimento** sono finalizzati alla preparazione per l'uso ottimale del software; la loro consultazione costituisce la migliore metodologia di approccio iniziale all'uso di SVM.

Gli Esempi di Apprendimento vengono automaticamente installati da SVM 2004 nella cartella:

**\AEDES2004\SVM\ES-APPRENDI**

Per consultarli, dal menu File della "finestra SVM: vista generale" scegliere il comando Apri e impostare nella finestra di dialogo di Windows il percorso di cui sopra.

Casi di volte reali affrontati in maniera professionale sono presenti nella sezione degli **Esempi di Studio e Progettazione**; gli esempi ivi riportati costituiscono un ottimo metodo di approfondimento non solo delle funzionalità del software ma anche delle metodologie di analisi applicabili ai diversi casi.

Gli Esempi di Studio e Progettazione vengono automaticamente installati da SVM 2004 nella cartella:

**\AEDES2004\SVM\ES-PROGETTI**

Per consultarli, dal menu File della "finestra SVM: vista generale" scegliere il comando Apri e impostare nella finestra di dialogo di Windows il percorso di cui sopra.

I **nomi dei files degli esempi** forniti in dotazione a SVM rispettano la seguente struttura:

**E-Y-nn[-w].est**

dove:

**Y** può assumere i valori:

**A** = esempio di apprendimento; **P** = esempio di progettazione;

**nn** = numero progressivo dell'esempio;

**w** = ove presente, indica alcune varianti dell'esempio-base (es. E-A-02-A, E-A-02-B);

**est** = estensione del file. Può assumere i seguenti valori:

**DXF** = file di interscambio prodotto in output da SVM per la successiva importazione in CAD;

**XDM** = file di archivio di SVM 2004.

## C.1. ESEMPI DI APPRENDIMENTO

## C.1.1. E-A-01: ESEMPIO GUIDATO. VOLTA A CROCIERA ELLITTICA.

L'esempio di apprendimento guidato corrisponde a una volta a crociera ellittica in muratura a pianta rettangolare di un edificio multipiano destinato a civile abitazione, suddividendolo in due ambienti, uno al piano terra costituito da un unico vano, l'altro al piano primo, diviso in due locali da una parete in muratura (non portante). I saggi e le misurazioni effettuate permettono di determinare la sezione del corpo dell'edificio, nonché la tipologia e le dimensioni della volta a sostegno del calpestio del primo piano (fig. 1).

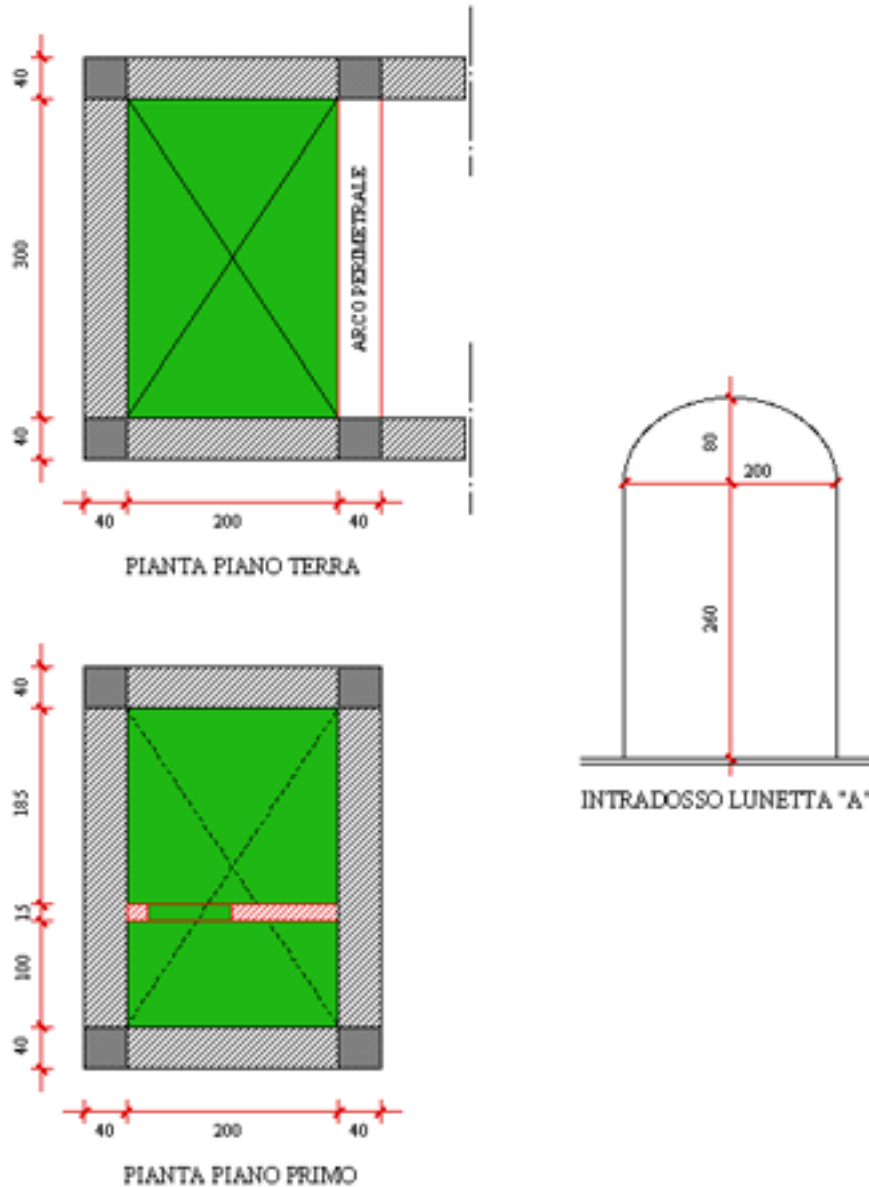


Fig. 1. Volta in muratura a sostegno di un ambiente adibito ad uso abitativo.

In questa sede ci proponiamo di apprendere le procedure operative di SVM, con cui la volta verrà studiata

applicando il procedimento di calcolo agli elementi finiti descritto nel volume 'La Teoria'.

Si eseguirà l'input della volta che denomineremo CROCIERA ELLITTICA e che verrà archiviata, come tutte le volte definite dall'Utente, in \AEDES2004\SVM\VOLTE; la volta è comunque fornita con l'installazione di SVM sotto forma di file E-A-01 posto nella directory: \AEDES2004\SVM\ES-APPRENDI.

Lanciato SVM 2004, il programma si predispone da solo per i dati di una nuova volta. La finestra principale illustra una volta corrispondente alla geometria presente nel file di avvio di default.

La finestra Tipologia Volta (finestra gialla caratterizzata dai bottoni popolati da volte animate) consente la definizione di una nuova tipologia nel caso sia necessario cambiare forma geometrica. Per l'esempio considerato, deve essere utilizzata l'impostazione della volta ellittica (tipo 2). Si preme dunque il secondo bottone.

Cambiando impostazione, appare così la finestra Dati Volta per l'inserimento dei nuovi dati geometrici e di carico.

SVM non presenta mai dati azzerati, ma propone un insieme di dati di 'base' che possono essere variati secondo le specifiche del caso corrente.

La finestra Dati Volta si articola in cinque schede: Pianta, Piedritti, Calotta e Rinfianco, Sottofondo e Pavimento, Sovraccarico.

I dati da inserire nelle varie schede debbono essere desunti dal rilievo geometrico e materico e sono riferiti ad una delle due lunette minori (quelle che SVM identifica come lunetta "a" e lunetta "b", ossia rispettivamente quella inferiore e quella superiore nella vista planimetrica).

(per spostarsi, all'interno di una scheda, da un campo all'altro, usare TAB o fare clic con il mouse).

Qui di seguito i dati di input inerenti la scatola interna della crociera:

---

#### CALOTTA

---

Si intende per calotta la scatola interna della volta, quella che in fig. 1 è verniciata di verde: pareti, archi perimetrali e piedritti non fanno parte della calotta; essi saranno in seguito denominati come condizioni al contorno.

Struttura a pianta rettangolare di dimensioni 200x300 cm, a tipologia ellittica con freccia di 80 cm ed una quota di imposta di 260 cm dal pavimento.

I pesi specifici dei materiali presenti sono i seguenti:

- pavimento di mattoni (spessore 15 cm.) = 1800 kg/mc;
- sottofondo di allettamento (malta) (spessore 10 cm.) = 2300 kg/mc;
- rinfianco in coccio e calcinaccio = 1300 kg/mc;
- calotta in muratura = 1800 kg/mc. (spessore 30 cm.)

Si vuole verificare tale struttura nell'ipotesi del tipo di destinazione abitativa, con sovraccarico accidentale pari a 200 kg/mq.

Nota: il volume dei rinfianchi termina, come condizione minima, alla linea di chiave, coerentemente con la realtà, o comunque più in alto. Quindi la quota di rinfianco rappresenta la distanza verticale tra detta linea e la linea di imposta della calotta. Si noti infatti che tale valore minimo è ottenuto dalla somma della freccia con lo spessore della calotta (80+30=110) ed SVM lo fornisce di default.

Per comprendere il significato dei diversi parametri (ad esempio, cosa si intende per 'Rinfianchi' o per i valori numerici da specificare nei diversi campi), si rimanda ad una consultazione dettagliata della grafica che appare spuntando il pulsante di opzione GRAFICA della finestra Dati Volta.



**PIEDRITTI**

I piedritti sono le strutture verticali di sostegno della calotta. Tali strutture possono essere talvolta reali (effettiva presenza dei pilastri) e talvolta ideali (è il caso in esame in cui tali sostegni sono rappresentati da pareti perimetrali).

In caso di piedritti ideali, debbono essere estratte dalla muratura delle porzioni fittizie che chiameremo piedritti (porzione della muratura portante effettivamente interessata dalla trasmissione dei carichi).

Nel caso in esame sono stati assunti i seguenti dati:

- dimensioni in pianta = 40 x 40 cm;
- altezza = 260 cm;
- muratura = 1800 kg/mc.

Si immettano dunque nelle schede della finestra Dati Volta i seguenti dati:

**PIANTA:**

Lato a = 200 cm  
Lato b = 300 cm  
Freccia = 80 cm

**PIEDRITTI:**

L1 = 40 cm  
L2 = 40 cm  
H = 260 cm

**CALOTTA E RINFIANCO:**

Muratura Calotta	= 1800 Kg/mc	s	= 30 cm
Rinfianco	= 1300 Kg/mc	qr	= 110 cm

**SOTTOFONDO E PAVIMENTO:**

Sottofondo	= 2300 Kg/mc	s1	= 10 cm
Pavimento	= 1800 Kg/mc	s2	= 15 cm

**SOVRACCARICO:**

Sovraccarico Acc. = 200 Kg/mq  
Numero di archi ideali di calcolo = usa default SI

Si preme adesso il pulsante di comando OK o il tasto INVIO per vedere la nuova geometria. Il disegno della finestra principale si aggiorna e possono essere indagati così i primi risultati di SVM: la scomposizione geometrica della calotta in archi ideali. La finestra 'SVM: vista generale' mostra in forma di proiezione ortogonale tale scomposizione, evidenziando la pianta, una delle due lunette minori (quella a cui per convenzione viene assegnata la lettera "a"), una delle due lunette maggiori (quella a cui per convenzione viene assegnata la lettera "b") ed uno dei due arconi diagonali (quello a cui per convenzione viene assegnato il numero "1"). Facendo click sugli archi ideali rappresentati nella pianta o scegliendo l'apposito menu o bottone della barra degli strumenti vengono visualizzati i vari archi ideali delle lunette e il disegno si aggiorna. E' anche possibile passare in rassegna tutti gli archi ideali lanciando l'animazione dal bottone sulla barra degli strumenti in alto. Interrompere l'animazione premendo nuovamente lo stesso bottone.

L'utente che desideri un'analisi più accurata, può incrementare il numero di archi ideali deselezionando il pulsante 'usa default' ed impostando manualmente il numero di archi desiderato. Si consiglia comunque di non scendere mai sotto il valore di default proposto da SVM.

Terminata la prima operazione di inserimento dei dati, si può procedere al salvataggio della volta assegnandole il nome CROCIERA ELLITTICA che di default verrà archiviata nella cartella VOLTE.

Vediamo ora i dati da inserire per completare la struttura.

Concentriamoci sui dati di input inerenti la presenza del setto in muratura di divisione degli ambienti superiori e che insiste sulla volta. Si procede per aree di carico, così nel caso in esame dobbiamo fare i conti con due aree:

---

**PARETE IN MURATURA NON PORTANTE**

---

Trattasi di una parete di 15 cm di spessore, alta 300 cm, con peso specifico di 1800 Kg/mc. La sua ubicazione nel contesto della volta è desumibile da quanto riportato in figura 1. Anche se non effettivamente necessario al fine del conseguimento dei risultati strutturali, si decide di suddividerla in due setti (il setto a destra e a sinistra della porta di comunicazione dei due ambienti del piano primo). Poiché SVM richiede, per ogni carico aggiunto, la sua densità, si procede nel seguente modo:

$$\text{densità} = 1800 \text{ Kg/mc} \times 3\text{m} = 5400 \text{ Kg/mq.}$$

---

**SETTO IN MURATURA N°1**

---

Le sue caratteristiche geometriche e di carico sono le seguenti:

- dimensioni in pianta = 20 x 15 cm;
- altezza = 300 cm;
- muratura = 1800 kg/mc.

---

**SETTO IN MURATURA N°2**

---

Le sue caratteristiche geometriche e di carico sono le seguenti:

- dimensioni in pianta = 100 x 15 cm;
- altezza = 300 cm;
- muratura = 1800 kg/mc.

Si scelga dunque dal Menu Modifica il comando ‘Aggiungi / Rimuovi Carichi’ portando in primo piano la tool rossa che gestisce l’aggiunta delle aree di carico. Si faccia click su ‘Aggiungi’ e si inseriscano i seguenti dati:

--- **CARICO 1** ---:

Inizia da = 0 cm dal lato sinistro della volta.  
Finisci a = 20 cm dal lato sinistro della volta.

Inizia da = 100 cm dal lato inferiore della volta.  
Finisci a = 115 cm dal lato inferiore della volta.

Densità = 5400 Kg/mq

--- **CARICO 2** ---:

Inizia da = 100 cm dal lato sinistro della volta.  
Finisci a = 200 cm dal lato sinistro della volta.

Inizia da = 100 cm dal lato inferiore della volta.  
Finisci a = 115 cm dal lato inferiore della volta.

Densità = 5400 Kg/mq

Il disegno si aggiorna con la rappresentazione delle aree di carico (impronta sulla volta della parete del piano primo).

Salvare di nuovo la volta, ma da ora in poi scegliendo il comando ‘Salva’ del Menu File o l’omologo bottone sulla barra degli strumenti, non verrà più richiesto l’inserimento del nome del file. Il nome resterà sempre lo stesso. Se si desidera invece cambiare nome si scelga dal Menu File il comando ‘Salva con nome’.

Rimane adesso da definire soltanto l'arco perimetrale sito lungo la lunetta maggiore di destra, che per convenzione SVM identifica con la lettera "B". Si noti l'analogia tra le lettere indicative delle lunette e quelle dei corrispondenti archi perimetrali: sarete facilitati sull'uso e l'interpretazione dei dati richiesti e forniti da SVM. Vediamo quindi di inserire i dati inerenti l'arco perimetrale "B".

#### **ARCO PERIMETRALE**

---

Gli archi perimetrali e le pareti d'ambito non fanno parte della calotta, pertanto debbono essere definiti in altra sede.

Le dimensioni planimetriche dell'arco perimetrale "B" sono obbligate: impostano sui due piedritti a destra e coprono l'intera luce. Trattasi di un arco tipologicamente uguale alla lunetta con cui confina (lunetta "b"), ma è impostato un po' più in basso. Le specifiche sono le seguenti:

- tipologia ellittica;
- dimensioni in pianta: 40 x 300 cm;
- freccia: 80 cm;
- rinfianco in coccio e calcinaccio = 1300 kg/mc;
- muratura = 1800 kg/mc. (spessore 30 cm.)

A tutto ciò deve essere aggiunto il peso della parete in muratura che si trova sopra l'arco stesso e che sarà inserito come valore di sovraccarico:

- parete in muratura: 1800 Kg/mc.

Poiché il sovraccarico deve essere espresso in Kg/mq, si procede, come per le aree di carico:

$$\text{densità} = 1800 \text{ Kg/mc} \times 3\text{m} = 5400 \text{ Kg/mq.}$$

Si scelga dunque dal Menu Modifica il comando 'Condizioni al contorno' portando in primo piano la tool verde che gestisce l'aggiunta degli archi perimetrali e delle forze aggiuntive sui piedritti. Si sposti il puntatore del mouse sull'arco viola a destra, che si illuminerà di giallo e dopo alcuni secondi apparirà anche la sua nomenclatura. Se appare la scritta 'Arco perimetrale "B"' è segno che è proprio quello giusto e possiamo procedere all'inserimento. Si faccia click sull'arco e si inseriscano i seguenti dati:

#### **ARCO PERIMETRALE "B" :**

Tipologia = ellittico.

Quota imposta = 220 cm

Freccia = 80 cm

Muratura	= 1800 Kg/mc	s	= 30	cm
Rinfianco	= 1300 Kg/mc	qr	= 110	cm
Sottofondo	= 0 Kg/mc	s1	= 0	cm
Pavimento	= 0 Kg/mc	s2	= 0	cm
Sovraccarico+Acc. = 5400 Kg/mq				

Il disegno si aggiorna ancora con la rappresentazione dell'arco perimetrale.

L'aspetto della finestra principale dovrebbe a questo punto essere più o meno la seguente:

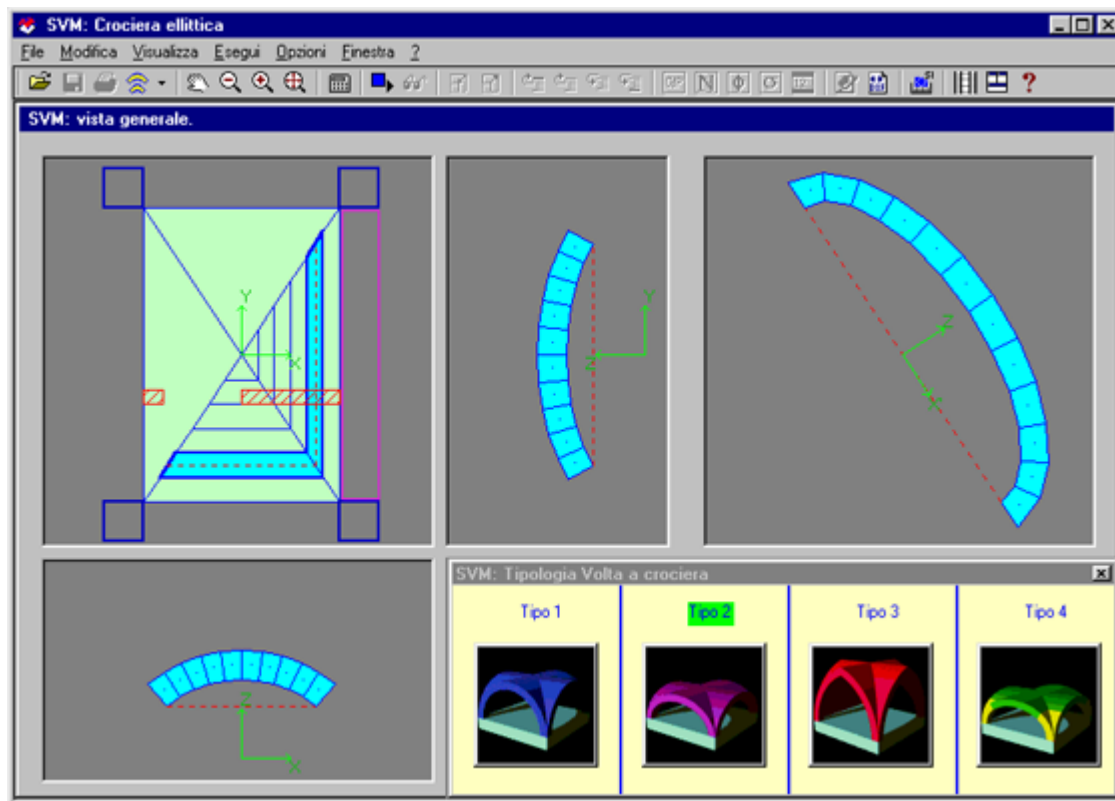




Fig. 2. La finestra principale dopo l'inserimento dei dati della calotta.

A questo punto la fase di input può considerarsi conclusa ed i primi risultati di SVM sono già disponibili. Può essere consultata infatti la relazione sulla geometria della calotta (dal Menu Finestra si scelga il comando 'Calotta' che apre la finestra grafica della pianta completa; dal Menu Opzioni di quest'ultima si scelga il comando 'Risultati Geometrici' se si desidera visualizzare in formato testo i risultati dell'elaborazione geometrica, altrimenti gli altri comandi per visualizzarli graficamente).

Analogamente si visualizzino i risultati geometrici per l'arco perimetrale (dal Menu Finestra si scelga il comando 'Archi Perimetrali' che apre la finestra grafica del primo arco perimetrale disponibile, nel caso in esempio l'arco "B" che è anche l'unico; dal Menu Opzioni di quest'ultima si scelga il comando 'Risultati Geometrici' se si desidera visualizzare in formato testo i risultati dell'elaborazione geometrica, gli altri comandi per visualizzare eventuali altri archi graficamente).

Si passi adesso alla fase del calcolo strutturale.

E' sempre buona norma, prima di effettuare un nuovo calcolo, verificare che le impostazioni di preferenze siano quelle desiderate. Si apra quindi la finestra '**Preferenze**' (barra degli strumenti: ) , scegliendo dal Menu Opzioni il comando 'Preferenze'. Si apre una finestra di dialogo a schede, talune per le impostazioni di gradimento personale, altre per le impostazioni che influenzano il calcolo. Per il momento si scelga prima il pulsante 'Ripristina', poi 'OK' per impostare i valori di default di SVM.

Per l'esecuzione del calcolo, dalla finestra "SVM: vista generale": menu Esegui, Calcola Struttura (o usare il pulsante grafico della barra degli strumenti:  ).

Al termine dell'elaborazione, si consulti la risposta strutturale sintetica che fornisce informazioni sulla stabilità globale della volta: dal Menu Esegui si scelga il comando 'Risposta Strutturale'.

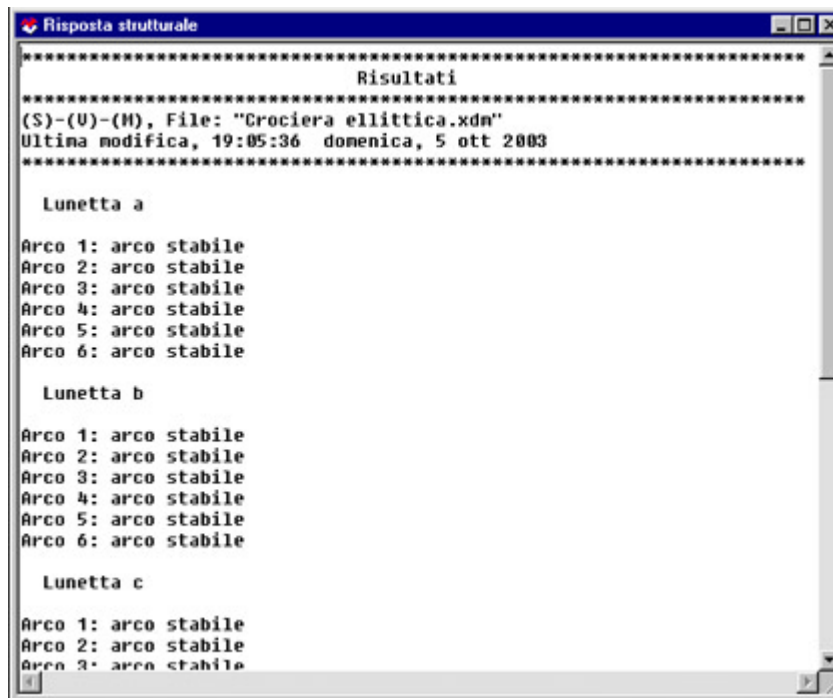






Fig. 3. *Risposta Strutturale o Rapporto di Elaborazione.*

La volta risulta stabile in quanto ogni arco che la compone è risultato stabile.

Per esaminare in dettaglio i risultati, si proceda nel seguente modo:

poniamo, ad esempio, di voler conoscere nel dettaglio il comportamento strutturale dell'arco n°5 della lunetta "a". Si selezioni dunque, nella finestra principale tale arco, quindi dal Menu Esegui si scelga il comando 'Risultati Lunette (arco selezionato)' → 'Risultati Calcolo Strutturale'. Scorrendo il documento vengono passati in rassegna tutti gli archi n° 5 delle quattro lunette della volta. Per ogni step di calcolo vengono mostrati gli sforzi delle tre bielle dell'interfaccia destra e sinistra di ogni concio dell'arco, la posizione del centro di pressione CP, punto di passaggio obbligato del poligono funicolare e quindi del vettore risultante dei tre sforzi succitati. Al termine dell'esposizione dei dati di ogni arco, vengono definite per lo step valido, le azioni trasmesse alle imposte, con particolare riferimento ai carichi verticali e alle spinte. Deve essere considerato valido, ai fini del risultato numerico, l'ultimo step se l'arco è risultato stabile, lo step 0, in caso di instabilità.

I risultati strutturali dell'arco di cui sopra possono essere visualizzati anche graficamente scegliendo dal Menu Finestre il comando 'Calotta → Opzioni → Lunetta "A"'. La finestra grafica della Lunetta "A" sarà aperta e per l'arco scelto sarà possibile la vista dei vettori carico, dei diagrammi dello sforzo normale, degli angoli di scorrimento e il poligono funicolare. Viene inoltre mostrato lo schema statico dell'arco al generico step e gli sforzi nelle bielle su ogni concio. In alternativa agli sforzi, per il solo step 0, possono essere diagrammati i valori delle tensioni di sforzo normale.

Per scorrere i passi del procedimento iterativo, la finestra grafica dispone dei pulsanti , , , .

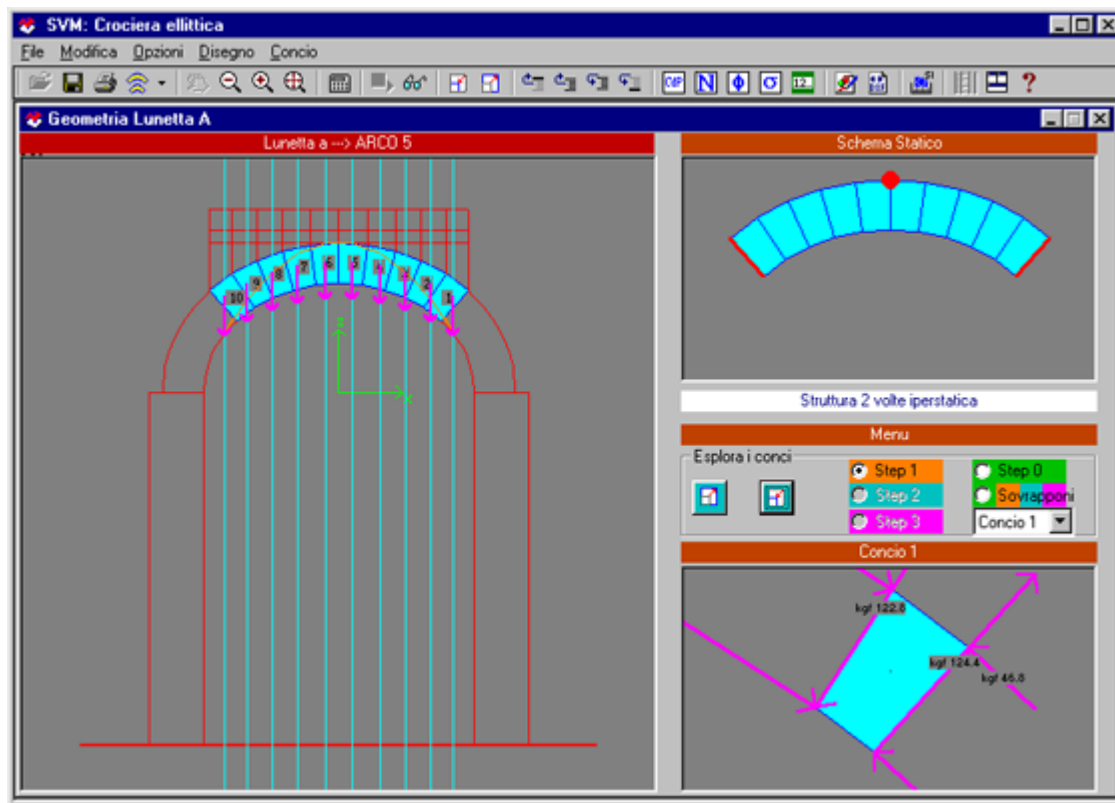


Fig. 4. Curva delle pressioni e vettori carico sull'arco n°5.

Facendo clic sui pulsanti: , , è possibile scorrere anche i diagrammi dello sforzo normale, dell'angolo di scorrimento e della tensione nella muratura (quest'ultima riveste interesse quando l'arco non è stabile). Per migliorare la rappresentazione dei diagrammi, usare i pulsanti e che rispettivamente ingrandiscono e riducono la scala.

Il pulsante consente invece la rappresentazione o meno dei valori in corrispondenza delle interfacce.

Per visualizzare graficamente le azioni alle imposte, occorre esplorare il singolo concio rappresentato nella casella grafica in basso a destra della finestra: fare clic sulla casella combinata e scegliere il primo e l'ultimo concio.

Le azioni sull'interfaccia destra/sinistra corrispondono alle reazioni d'imposta destra/sinistra. I valori dei due sforzi normali (intradosso ed estradosso) formano insieme lo sforzo normale totale. Sforzo normale e taglio vengono combinati nella risultante, poi scomposta in componente orizzontale (spinta) e verticale.

Infine, per la fase di stampa, utilizzare il pulsante che aprirà la finestra di dialogo standard di Windows per eseguire la stampa effettiva. SVM consente di stampare direttamente sia grafici che relazioni, in dipendenza della finestra attiva.

Per quanto riguarda la consultazione di ogni altra proprietà del software, si rimanda al Volume 2, Manuale d'uso, 'Documentazione per l'Utente', disponibile anche sotto forma di ipertesto nella Guida in linea.

## C.2. ESEMPI DI STUDIO E PROGETTAZIONE

Gli esempi di Studio e Progettazione descritti nei paragrafi seguenti corrispondono ai files installati in **AEDES2004\SVM\ES-PROGETTI**

Consultando gli esempi all'interno di SVM, è possibile rigenerare le schermate illustrate nel Volume, riuscendo così ad approfondire sia la conoscenza delle caratteristiche del particolare esempio, sia le funzionalità del software.

### C.2.1. E-P-01: LA COLONICA DI TRACHEDAIA NEL COMUNE DI BIBBIENA

La caratteristica forse più interessante del software SVM è la sua applicabilità anche ai casi più complessi. Definiamo complessi quei casi in cui la struttura “volta a crociera” non sia presente in un fabbricato come elemento isolato, ma vi si trovi in ripetizione. Tipici esempi sono i porticati di edifici, le navate delle chiese romaniche e gotiche, e molti altri ancora. La presenza di una maglia di campate coperte da crociere è un caso interessante e di facile applicazione per SVM.

L'esempio riportato nelle pagine successive è stato tratto da due Tesi di Laurea in Architettura, “**La colonica di Trachedaia nel Comune di Bibbiena (AR). Recupero funzionale e consolidamento**” di Alessandra Seri (che è di spiccato interesse per l'analisi storica, strutturale e materica del fabbricato, nonché per le proposte di intervento di consolidamento) e “**“X-Vaults”, un software per lo studio della stabilità di sistemi voltati in muratura**” di Stefano Galassi, a.a. 2002-2003, per entrambe relatore il Prof. Arch. Michele Paradiso.

Il podere di Trachedaia si trova in provincia di Arezzo, nel territorio comunale di Bibbiena. Collocato all'altitudine di circa 400 metri di altezza, è facilmente raggiungibile, partendo da Bibbiena, percorrendo in direzione Nord la S.S. n° 208 (strada della Verna).

L'edificio in esame, orientato in direzione est – ovest, si presenta come un blocco compatto a pianta rettangolare, disposto su un terreno erboso in leggera pendenza verso est, ed è quasi interamente realizzato in pietra naturale e mattoni, rinforzata lungo gli spigoli da elementi più squadri e di maggiore dimensione.

Rimandando alla lettura della prima Tesi di Laurea succitata, per le specifiche sull'intera struttura, ci soffermiamo invece a descrivere il piano terra, parte del quale appunto è oggetto del nostro interesse.



**Fig. 5.** *La colonica di Trachedaia: prospetto nord.*

La sagoma rettangolare dell'edificio è definita da una scatola muraria continua, suddivisa in due blocchi di diversa dimensione da un muro trasversale (si veda il file vettoriale PIANTA PT.DWG).

Il primo blocco, posto ad ovest, è un unico grande vano di circa metri 8x12, caratterizzato dalla presenza di 6 pilastri disposti su due file parallele all'asse maggiore. Tali pilastri suddividono lo spazio in tre settori a sviluppo longitudinale, e definiscono un impianto perfettamente simmetrico rispetto ai due assi principali.



**Fig. 6.** *Crociera d'angolo: settore laterale.*

Il settore centrale, più piccolo, è di larghezza pari alla metà dei due settori più esterni, ciascuno dei quali è coperto da una successione di quattro volte a crociera in mattoni. Lo stretto solaio piano collocato tra i due sistemi di volte risulta pertanto poco coerente col resto della struttura, ed è infatti certo che in origine fosse voltato, probabilmente a botte, anche il settore centrale.



**Fig. 7.** *Interno: il settore centrale.*

Gli unici due accessi, uguali per forma e dimensione e collocati uno a sud e uno a nord, si pongono esattamente in corrispondenza delle testate del corridoio centrale. Ai lati di ciascuno di essi sono presenti due finestre ad arco ribassato, disposte simmetricamente e analoghe per ampiezza e caratteristiche architettoniche. Uno dei lati maggiori, coincidente con il perimetro esterno della struttura e orientato ad ovest, è caratterizzato dalla presenza di quattro finestre equidistanti del tipo già descritto, collocate grossomodo alla stessa quota delle precedenti.



Soltanto una di esse, posta in corrispondenza dell'angolo sud-ovest, appare chiusa da un tamponamento in mattoni ad una testa. In origine, altrettante aperture dovevano trovarsi sulla parete opposta, che come detto divide in due unità l'intera struttura e che, nonostante le ripetute intonacature a calce e a cemento, mostra chiara traccia di tamponamenti in muratura di pietra. Tale parete è attraversata da un'unica porta ad arco ribassato collocata nell'angolo ovest, attraverso la quale è possibile accedere al secondo e più piccolo blocco dell'edificio.

Le due pareti maggiori sono caratterizzate dalla presenza, alla base, di una mangiatoia continua addossata lungo l'intero sviluppo, sporgente di circa cinquanta centimetri dal filo del muro e dell'altezza di 60 cm (parete ovest) e 80 cm (parete est).

La scatola muraria è piuttosto uniforme, e presenta uno spessore costante di circa 70 cm. I pilastri, a sezione quadrata e interamente costituiti da mattoni 15x30x4, non presentano particolari motivi decorativi. Si distinguono unicamente il plinto collocato alla base e la sommità, dove la successione di due riseghe, rispettivamente corrispondenti allo spessore di uno e due mattoni, determina una sorta di rudimentale capitello.

L'intradosso degli archi a tutto sesto che delimitano le volte a crociera è arricchito da un rivestimento ornamentale in cotto, realizzato con piastrelle alternate a doppi listelli.

Il percorso centrale è invece ritmato da archi, anch'essi a tutto sesto, costituiti da mattoni disposti di taglio. Esso si differenzia, inoltre, per la quota leggermente ribassata del piano di calpestio, la cui sezione convessa doveva favorire il deflusso delle acque luride. L'intero pavimento è rivestito in lastre di pietra squadrate di diversa dimensione lavorate a subbia.

Il vano principale, come detto corrispondente al nucleo originario dell'edificio, è stato consolidato mediante l'inserimento di tre catene trasversali poste in corrispondenza dei pilastri, alla quota delle reni degli archi.

Le pareti, intonacate in parte a calce e in parte a cemento, sono tinteggiate in bianco, ma l'intero strato di completamento versa in cattive condizioni e presenta gravi e diffusi fenomeni di distacco. Le volte sono unicamente tinteggiate, e lasciano così trasparire la trama strutturale in laterizio.

Il secondo blocco, posto a est e confinante con il primo lungo uno dei lati maggiori, è articolato in due vani di uguale dimensione da un muro trasversale, attualmente privo di aperture. Esso presenta tuttavia, in corrispondenza dell'estremità ovest, la chiara traccia di un tamponamento in pietra naturale, realizzato a chiusura di una piccola porta ad arco ribassato della larghezza di circa 80 cm. I due vani, a pianta pressoché quadrata, al momento risultano pertanto non comunicanti tra loro, mentre entrambi sono accessibili dall'esterno e solo uno, quello posto a sud-est, lo è anche dal grande ambiente a pilastri e crociera, attraverso il già citato passaggio posto in angolo.

Il vano a est comunica con l'esterno attraverso una finestra architravata posta al centro del prospetto orientale, collocata esattamente al di sotto dell'imposta dell'arco ceduto che conduceva al primo piano. Sul lato sud, in posizione pressoché centrale, è presente una porta, dotata di tettoia, a lato della quale, nell'angolo sud-ovest, c'è un'altra finestra, anch'essa architravata ma molto più piccola della prima. All'interno del vano, un setto murario, orientato in direzione nord-sud e della lunghezza di circa 165 cm, si sviluppa sino al soffitto a sorreggere due delle tre travi lignee del solaio, ordito in direzione opposta. Il setto, di certo frutto di un intervento di consolidamento la cui datazione non è al momento nota, a circa due metri di altezza dal pavimento è dotato di una risega, che ne riduce lo spessore sino a circa 12 cm.

La parete collocata ad ovest, confinante col grande ambiente a pilastri, presenta traccia delle menzionate finestre tamponate, una delle quali, collocata accanto all'unica porta interna della struttura, è chiusa solo per la profondità di 10 cm, e si presenta sotto forma di nicchia estesa fino alla quota del pavimento.

Il piano di calpestio, a differenza della già descritta ala ovest, è rivestito in opus incertum di lastre lapidee levigate sulla faccia a vista, mentre nel piccolo vano speculare è presente un semplice letto di terra battuta.

Quest'ultimo vano comunica con l'esterno attraverso una porta collocata in asse sul lato nord, analoga alle altre per struttura ma di dimensioni più ridotte. Lo stesso dicesi delle due finestre collocate simmetricamente ai lati.

Una terza finestra campeggia al centro della parete est.

I due vani dell'ala est del fabbricato hanno pareti intonacate ed imbiancate ma in cattivo stato di conservazione. Il primo ambiente, come accennato, presenta un soffitto piano retto da tre travi in abete, sulle quali si impostano l'orditura secondaria e il manto di piastrelle in cotto. Il secondo è invece un doppio volume direttamente coperto da una falda di tetto, e presenta chiari segni di una recente sopraelevazione. Lo spazio interno era un tempo attraversato da cinque ordini di travi in abete a sezione circolare disposte in direzione est-ovest, presumibilmente in numero di quattro alla quota inferiore e cinque in quelle superiori, distribuite in altezza ad intervalli di circa un metro. Oggi ne restano solo alcune, ma la trama degli alloggiamenti, ancora visibili su due delle pareti,



Trattasi di un aggregato di dodici volte, distribuite lungo tre settori, di cui le otto laterali sono esistenti mentre quelle del corridoio centrale sono di progetto. Ogni campata è stata numerata con l'assegnazione di un numero di riga e uno di colonna, a mo' di matrice, per poter essere in seguito identificata.

Tutte le calotte sono leggermente ogivali ed impostano ora sulle pareti d'ambito, ora su archi perimetrali. Tutti gli archi perimetrali sono a tutto sesto.

La condizione di simmetria geometrica e di carico ci permette di poter studiare due sole volte a crociera, che definiremo 'crociera tipo', e che possono essere quelle evidenziate col colore nella figura sopra riportata: la campata (3,1) e la campata (3,2).

Il numero di archi perimetrali che risulta invece necessario indagare è sei e corrisponde agli archi colorati in giallo. Per quanto riguarda invece i piedritti, debbono essere fatte delle considerazioni: poiché le otto campate laterali impostano ora su piedritti quadrati interni, ora sulle pareti perimetrali, deve essere compiuta un'operazione preliminare che consiste nell'estrapolare dalla muratura perimetrale quella porzione che si ritiene essere sottoposta allo scarico delle crociere attraverso gli arconi diagonali e che chiameremo 'piedritti ideali'. Per le condizioni di simmetria di cui sopra, risulta necessario studiare almeno quattro colorati in blu e che nel seguito prenderanno il nome di piedritto angolare, piedritto interno, piedritto 4,1 – 3,1 e piedritto 4,1 – 4,2, con richiamo alla loro collocazione in pianta nel rispetto delle campate.

Nel dettaglio, risulta necessario studiare i seguenti elementi strutturali:

- 1) la crociera tipo (3,1), delimitata dalla parete d'ambito "A" e dagli archi perimetrali "B", "C", "D" (secondo la nomenclatura propria di SVM): fornirà tutte le indicazioni necessarie alla valutazione della stabilità della stessa e degli archi sopra menzionati (file **Crociera 3,1**);
- 2) la crociera tipo (3,2), delimitata da tutti e quattro gli archi perimetrali "A", "B", "C", "D": da cui la loro stabilità. Tutti gli archi perimetrali sono stati studiati come strutture piane, anziché spaziali come di consueto, dato che le azioni orizzontali ribaltanti trasmesse loro dalla calotta sono risultate insignificanti e quindi tranquillamente trascurabili. Si vedano a tal proposito i due files delle crociere tipo, scegliendo nella finestra principale dal Menu Esegui il comando 'Risultati Archi Perimetrali' → 'Mostra forze fuori piano': nel peggiore dei casi raggiungono l'intensità di 100 Kg (file **Crociera 3,2**);
- 3) il piedritto angolare (63 x 63 x 195 cm): è un piedritto ideale ottenuto estrapolando dalla muratura perimetrale quella porzione che risulta sollecitata dalla volta angolare (4,1). I risultati strutturali, per tale piedritto, possono essere perseguiti studiando la campata (4,1), ossia una campata uguale alla campata già analizzata (3,1), questa volta però priva di archi perimetrali (file **Piedritto angolare**);
- 4) il piedritto perimetrale di sostegno delle due calotte differenti (4,1) e (4,2): ancora un piedritto ideale, di dimensioni 63 x 30 x 195 cm. I risultati verranno raggiunti analizzando la campata (4,1), uguale alla (3,1), con la presenza del solo arco perimetrale "C", a cui deve essere aggiunto lo scarico diagonale  $X_{4,2}$  della calotta (4,2), ovvero della già calcolata (3,2) (file **Piedritto perimetrale (4,1) – (4,2)**);
- 5) il piedritto perimetrale di sostegno delle due calotte uguali (4,1) e (3,1): piedritto ideale di dimensioni 30 x 63 x 195. Si evincono i risultati dallo studio della calotta (3,1), almeno con la presenza dell'arco perimetrale "D", a cui deve essere aggiunto lo scarico diagonale  $X_{4,1}$  della calotta (4,1), ovvero della calotta calcolata (3,1) (file **Piedritto perimetrale (4,1) – (3,1)**);
- 6) Il piedritto interno di sostegno delle quattro crociere (4,1), (4,2), (3,1), (3,2): l'unico piedritto reale di dimensioni 30 x 30 x 195 cm. Si analizzi dunque la calotta (3,1), con gli archi perimetrali "C" e "D", a cui debbono essere aggiunti:
  - lo scarico  $X_{3,2}$  diagonale della crociera (3,2),
  - lo scarico  $X_{4,2}$  diagonale della crociera (4,2), uguale a quello precedente,
  - lo scarico  $X_{4,1}$  diagonale della crociera (4,1), uguale a quello della stessa calotta in esame,
  - lo scarico  $X_C$  dell'arco perimetrale "C" della crociera (3,2),
  - lo scarico  $X_{C,D}$  dell'arco perimetrale di contatto tra le due calotte (4,1) e (4,2).

Analizzando i risultati di SVM, è emersa la complessiva stabilità delle strutture voltate e degli archi perimetrali, ma la verifica al ribaltamento dei pilastri e delle pareti non è risultata soddisfatta. D'altro canto tali dati sono concordi con l'attuale presenza di catene, come ben visibile anche dalle fotografie allegate.

Si passano in rassegna adesso i dati di input, desunti in parte dal rilievo geometrico e materico delle strutture voltate esistenti, in parte dai dati di progetto per le rimanenti, che comunque possono essere dettagliatamente consultati dalla lettura dei files allegati.

### **C.2.1.1. E-P-01-A: FILE “CROCIERA 3,1.xdm”**

I dati relativi alla calotta (3,1), la prima calotta tipo:

**TIPOLOGIA:**

Ogivale

**PIANTA:**

Lato a = 280 cm

Lato b = 316 cm

Freccia = 160 cm

**PIEDRITTI:**

L1 = 30 cm

L2 = 30 cm

H = 195 cm

**CALOTTA E RINFIANCO:**

Muratura Calotta = 2000 Kg/mc

s = 20 cm

Rinfianco = 1300 Kg/mc

qr = 184.4909 cm (valore minimo fornito da SVM)

**SOTTOFONDO E PAVIMENTO:**

Sottofondo = 2000 Kg/mc

s1 = 7 cm

Pavimento = 1800 Kg/mc

s2 = 3 cm

**SOVRACCARICO:**

Sovraccarico Acc. = 400 Kg/mq

Numero di archi ideali di calcolo = usa default SI (= 6 archi)

I dati relativi ai tre archi perimetrali della calotta (3,1):

**ARCO PERIMETRALE “B”, “C”, “D”:**

Tipologia = tutto sesto.

Quota imposta = 195 cm

Angolo di imposta = 0 cm

Muratura = 2000 Kg/mc

s = 20 cm

Rinfianco = 1300 Kg/mc

qr = 184.4909cm (la stessa della calotta)

Sottofondo = 2000 Kg/mc

s1 = 7 cm

Pavimento = 1800 Kg/mc

s2 = 3 cm

Sovraccarico+Acc. = 400 Kg/mq

Consultando il file allegato si evince l’evidente condizione di stabilità sia della campata, che degli archi perimetrali. Pertanto tutte le otto crociere disposte sui due settori laterali possono essere considerate stabili; lo stesso dicasi per i sei archi perimetrali tipo “D” e gli otto archi perimetrali tipo “C”.

### **C.2.1.2. E-P-01-B: FILE “CROCIERA 3,2.xdm”**

I dati relativi alla calotta (3,2), la seconda calotta tipo:

**TIPOLOGIA:**

Ogivale

**PIANTA:**

Lato a = 160 cm

Lato b = 280 cm

Freccia = 160 cm

**PIEDRITTI:**

L1 = 30 cm  
L2 = 30 cm  
H = 195 cm

**CALOTTA E RINFIANCO:**

Muratura Calotta = 2000 Kg/mc                      s = 20 cm  
Rinfianco = 1300 Kg/mc                      qr = 184.4909 cm (valore minimo fornito da SVM)

**SOTTOFONDO E PAVIMENTO:**

Sottofondo = 2000 Kg/mc                      s1 = 7 cm  
Pavimento = 1800 Kg/mc                      s2 = 3 cm

**SOVRACCARICO:**

Sovraccarico Acc. = 400 Kg/mq  
Numero di archi ideali di calcolo = usa default NO (si impostano 6 archi per coerenza con la volta precedente)

I dati relativi ai quattro archi perimetrali della calotta (3,2):

**ARCO PERIMETRALE "A", "B", "C", "D":**

Tipologia = tutto sesto.

Quota imposta = 195 cm  
Angolo di imposta = 0 cm

Muratura = 2000 Kg/mc                      s = 20 cm  
Rinfianco = 1300 Kg/mc                      qr = 184.4909cm (la stessa della calotta)  
Sottofondo = 2000 Kg/mc                      s1 = 7 cm  
Pavimento = 1800 Kg/mc                      s2 = 3 cm  
Sovraccarico+Acc. = 400 Kg/mq

Consultando il file allegato, si evince l'evidente condizione di stabilità sia della campata che degli archi perimetrali indagati. Pertanto tutte le quattro crociere disposte lungo il corridoio centrale (di progetto) possono essere considerate stabili; lo stesso dicasi per i tre archi perimetrali tipo "C".

**C.2.1.3. E-P-01-C: FILE "PIEDRITTO ANGOLARE.xdm"**

Riprendiamo in esame il file "Crociera 3,1": si scelga dal Menu Modifica il comando 'Togli tutti gli archi perimetrali' e si impostino le nuove dimensioni dei piedritti, per rappresentare fedelmente la geometria del piedritto angolare, oggetto di studio:

**PIEDRITTI:**

L1 = 63 cm  
L2 = 63 cm  
H = 195 cm

Tutti gli altri dati rimangono invariati.

Consultando il file allegato si evince l'evidente condizione di stabilità del piedritto, dal momento che il centro di pressione (punto di applicazione del risultante delle azioni trasmesse a terra) è interno alla sezione: il pilastro è verificato sia al ribaltamento, ma essendo il CP al di fuori del nocciolo centrale di inerzia, la sezione risulta in parte tesa.

**C.2.1.4. E-P-01-D: FILE "PIEDRITTO PERIMETRALE 4,1 -4,2.xdm"**

Riprendiamo in esame il file "Crociera 3,1": si scelga dal Menu Modifica il comando 'Togli tutti gli archi perimetrali' e si impostino le nuove dimensioni dei piedritti, per rappresentare fedelmente la geometria del piedritto indagato:

**PIEDRITTI:**

L1 = 63 cm  
L2 = 30 cm

---

H = 195 cm

Tutti gli altri dati rimangono invariati.

Si aggiunga adesso l'arco perimetrale "C", secondo i dati illustrati precedentemente.

Non rimane altro che applicare sul piedritto 3 lo scarico diagonale  $X_{4,2}$  della crociera (4,2): si analizzano dunque i risultati delle azioni trasmesse alle imposte dagli archi diagonali della crociera (4,2), ovvero della già calcolata (3,2). Si riportano i risultati strutturali così come forniti da SVM nel file "Crociera 3,2":

```
*****
                        Risultati
*****
(S)-(V)-(M), File: "Crociera 3,2.xdm"
Ultima modifica, 19:17:46 martedì, 7 ott 2003
*****

*   Arco diagonale 1 : (1-3)   *
```

(.....)

Sollecitazioni alle imposte riferite allo step 2.

	Imposta Destra	Imposta sinistra
Distanza del C.P. dall'intradosso:	16.3 cm	16.3 cm
Sforzo normale totale:	2160.2 kgf	2160.2 kgf
Sforzo risultante:	2422.7 kgf	2422.7 kgf
Spinta orizzontale sul piedritto:	1096.7 kgf	-1096.7 kgf
Spinta verticale sul piedritto:	-2160.2 kgf	-2160.2 kgf

Con i pochi calcoli illustrati in fig.9, si arrivano a definire le componenti della forza concentrata che deve essere aggiunta sul piedritto per simulare lo scarico della crociera.

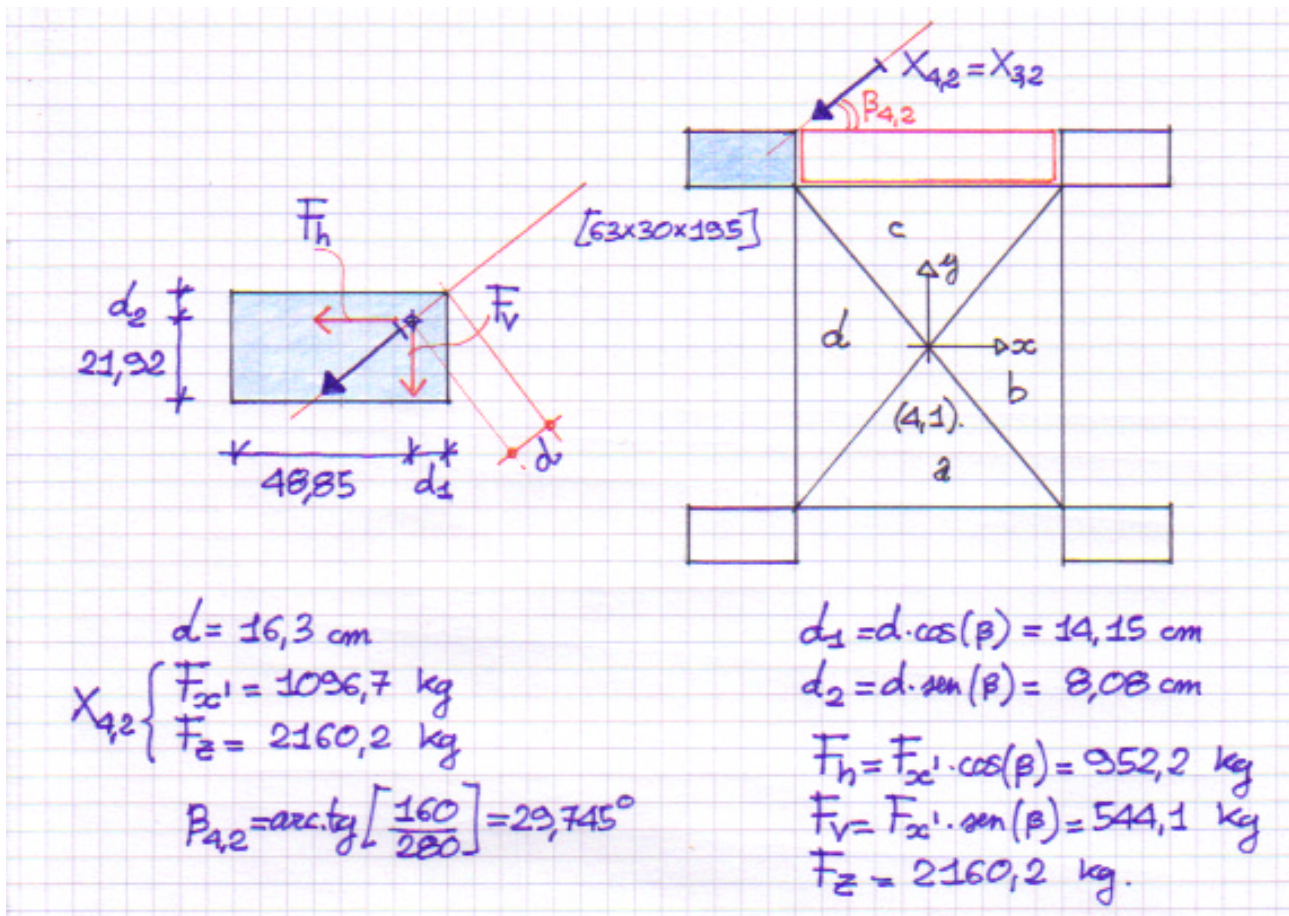
Per quanto riguarda la nomenclatura assegnata si veda il seguente specchietto:

$X_{i,j}$  = scarico diagonale trasmesso dalla crociera ( $i,j$ ) al piedritto di analisi, attraverso l'arco diagonale, di componenti orizzontale  $F_{x'}$  (spinta) e verticale  $F_z$  (carico) diretta verso il basso, entrambe appartenenti al piano verticale dell'arco diagonale (piano  $x',z$ , se intendiamo usare la nomenclatura di SVM);

$\beta_{i,j}$  = angolo di inclinazione della componente orizzontale del vettore  $X_{i,j}$  rispetto all'orizzontale, che è uguale all'angolo di inclinazione del piano diagonale rispetto all'orizzontale, vale a dire dell'asse  $x'$  rispetto all'orizzontale, che può essere per il caso specifico o l'asse X o l'asse Y;

d = distanza del CP dall'intradosso del primo o dell'ultimo concio dell'arco diagonale, misurato sull'interfaccia destra (sinistra). Essendo una distanza inclinata, misurata lungo l'asse  $X'$ , può essere scomposta lungo le due direzioni X e Y generando le distanze  $d_1$  e  $d_2$ ;

$F_h, F_v, F_z$  = componenti della forza che verrà aggiunta sul piedritto, con direzioni X,Y,Z.

Fig. 9. Calcolo delle componenti dello scarico diagonale  $X_{4,2}$ .

**PIEDRITTO 3: --- FORZA CONCENTRATA 1 ---:**  
 APPLICATA A: 54.92 cm DAL LATO SINISTRO DEL PIEDRITTO  
 A: 15.85 cm DAL LATO SINISTRO DEL PIEDRITTO  
 A: 195 cm DA TERRA  
 INTENSITA':  
 $F_x = -544.1 \text{ Kg}$   
 $F_y = -952.2 \text{ Kg}$   
 $F_z = -2160.2 \text{ Kg}$

Consultando il file allegato si evince l'evidente condizione di instabilità del piedritto, dal momento che il centro di pressione è esterno alla sezione: il pilastro non è verificato al ribaltamento.

#### C.2.1.4. E-P-01-E: FILE "PIEDRITTO PERIMETRALE 4,1 -3,1.xdm"

Riprendiamo in esame il file "Crociera 3,1": si scelga dal Menu Modifica il comando 'Togli tutti gli archi perimetrali' e si impostino le nuove dimensioni dei piedritti, per rappresentare fedelmente la geometria del piedritto indagato:

**PIEDRITTI:**  
 $L1 = 30 \text{ cm}$   
 $L2 = 63 \text{ cm}$   
 $H = 195 \text{ cm}$

Tutti gli altri dati rimangono invariati.

Si aggiunga adesso l'arco perimetrale "D", secondo i dati illustrati precedentemente.

Non rimane altro che applicare sul piedritto 4 lo scarico diagonale  $X_{4,1}$  della crociera (4,1): si analizzano dunque i risultati delle azioni trasmesse alle imposte dagli archi diagonali della crociera (4,1), ovvero della stessa (3,1).

Si riportano i risultati strutturali così come forniti da SVM nel file "Crociera 3,1":

```
*****
                                Risultati
*****
(S) - (V) - (M), File: "Crociera 3,1.xdm"
Ultima modifica, 19:35:03 martedì, 7 ott 2003
*****

                *****
                *   Arco diagonale 1 : (1-3)   *
                *****
```

(.....)

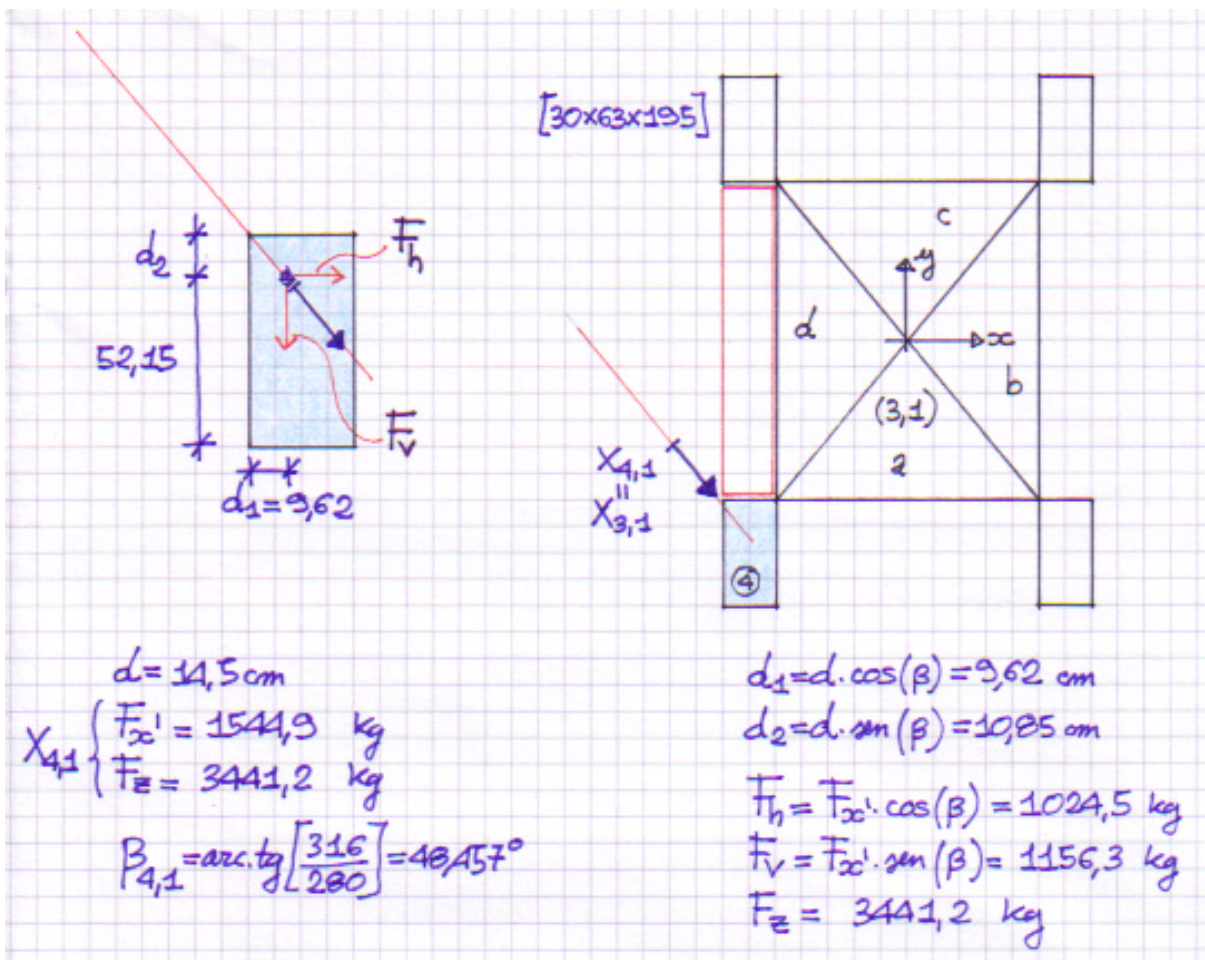
Sollecitazioni alle imposte riferite allo step 0.

```
-----
                                Imposta Destra          Imposta sinistra
Distanza del C.P. dall'intradosso:      14.5 cm          14.5 cm
Sforzo normale totale:                   3441.2 kgf         3441.3 kgf
Sforzo risultante:                       3772.1 kgf         3772.1 kgf
Spinta orizzontale sul piedritto:         1544.9 kgf        -1544.9 kgf
Spinta verticale sul piedritto:          -3441.2 kgf        -3441.3 kgf
*****
```

Con i pochi calcoli di fig.10 si arrivano a definire le componenti della forza concentrata che deve essere aggiunta sul piedritto per simulare lo scarico della crociera.

Per quanto riguarda la nomenclatura vale quanto già segnalato in precedenza:



Fig. 10. Calcolo delle componenti dello scarico diagonale  $X_{4,1}$ .

**PIEDRITTO 4: --- FORZA CONCENTRATA 1 ---:**  
 APPLICATA A: 9.62 cm DAL LATO SINISTRO DEL PIEDRITTO  
 A: 52.15 cm DAL LATO SINISTRO DEL PIEDRITTO  
 A: 195 cm DA TERRA  
 INTENSITA':  
 $F_x = 1024.5 \text{ Kg}$   
 $F_y = -1156.3 \text{ Kg}$   
 $F_z = -3441.2 \text{ Kg}$

Consultando il file allegato si evince l'evidente condizione di instabilità del piedritto, dal momento che il centro di pressione è esterno alla sezione: il pilastro non è verificato al ribaltamento.

Si desidera fare notare che l'eccentricità del centro di pressione  $E_y$  risulta pari a zero, come è giusto che sia: le due crociere (4,1) e (3,1) sono in perfetto equilibrio, le spinte trasmesse ai piedritti sono uguali ed opposte.

#### C.2.1.5. E-P-01-F: FILE "PIEDRITTO INTERNO.xdm"

Riprendiamo in esame il file "Crociera 3,1" e si scelga dal Menu Modifica il comando 'Togli tutti gli archi perimetrali'.

Si aggiungano adesso gli archi perimetrali "C" e "D", secondo i dati illustrati precedentemente.

Debbono essere applicate sul piedritto tutte le forze illustrate in precedenza e che avevamo nominato come  $X_{3,2} - X_C - X_{4,2} - X_{C,D} - X_{4,1}$ .

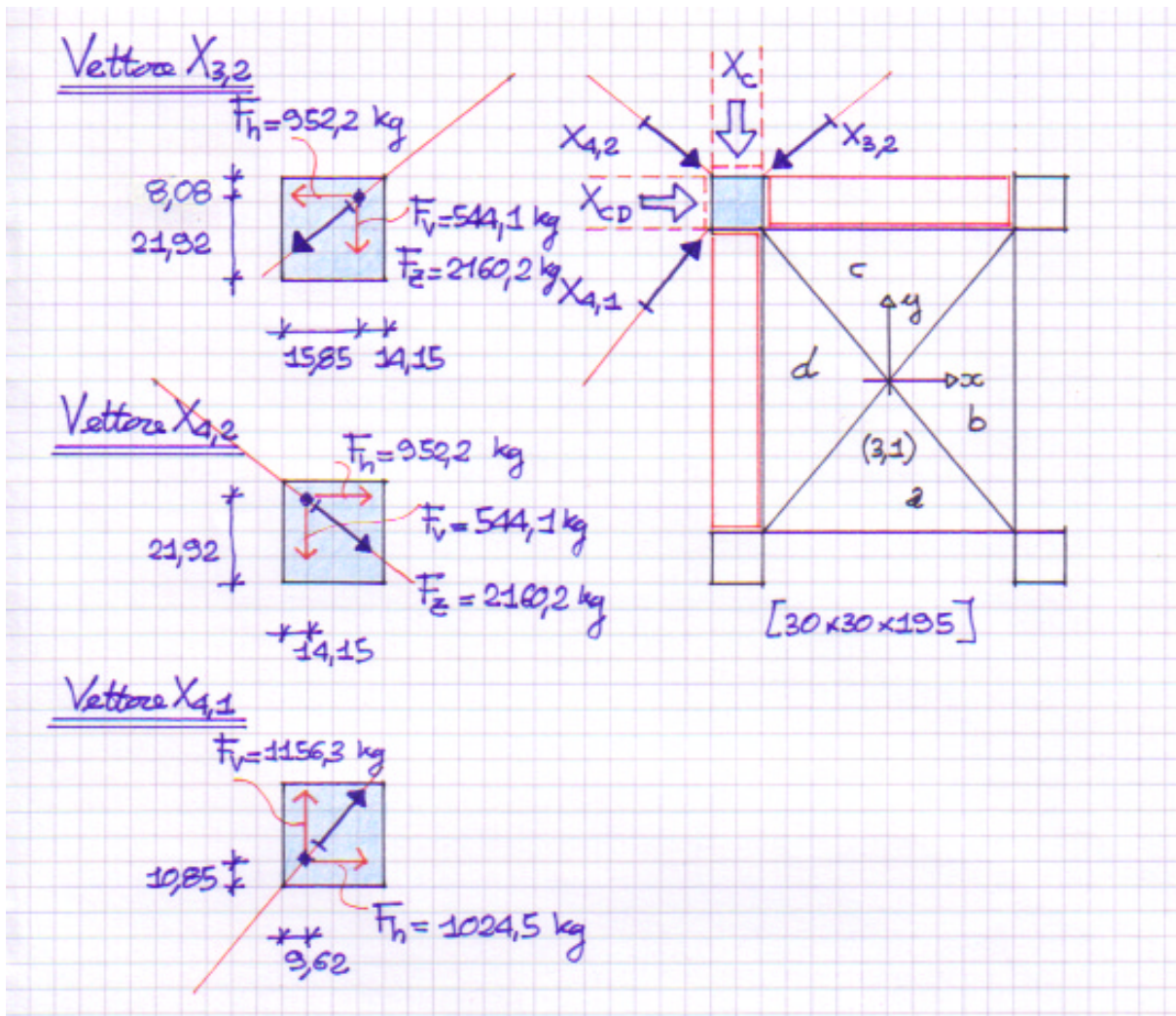


Fig. 11. Calcolo delle componenti dello scarichi diagonali  $X_{3,2} - X_{4,2} - X_{4,1}$ .

Per quanto riguarda i due vettori identici  $X_{3,2}$  e  $X_{4,2}$ , corrispondenti rispettivamente agli scarichi diagonali delle due crociere (3,2) e (4,2) sul piedritto, le componenti secondo gli assi (x,y,z) sono quelle già viste nella precedente analisi del piedritto perimetrale (4,1) – (4,2) e, a meno del segno, possono essere riprese tali e quali:

**PIEDRITTO 3: --- FORZA CONCENTRATA 1 ---:**  
 APPLICATA A: 21.92 cm DAL LATO SINISTRO DEL PIEDRITTO  
 A: 15.85 cm DAL LATO SINISTRO DEL PIEDRITTO  
 A: 195 cm DA TERRA  
 INTENSITA':  
 $F_x = -544.1 \text{ Kg}$   
 $F_y = -952.2 \text{ Kg}$   
 $F_z = -2160.2 \text{ Kg}$

**PIEDRITTO 3: --- FORZA CONCENTRATA 2 ---:**

APPLICATA A: 8.08 cm DAL LATO SINISTRO DEL PIEDRITTO  
 A: 15.85 cm DAL LATO SINISTRO DEL PIEDRITTO  
 A: 195 cm DA TERRA  
 INTENSITA' :  
 Fx = 544.1 Kg  
 Fy = -952.2 Kg  
 Fz = -2160.2 Kg

Per quanto riguarda il vettore  $X_{4,1}$ , corrispondente allo scarico diagonale della crociera (4,1) sul piedritto, le componenti secondo gli assi (x,y,z) sono quelle già viste nella precedente analisi del piedritto perimetrale (4,1) – (3,1):

**PIEDRITTO 3: --- FORZA CONCENTRATA 3 ---:**  
 APPLICATA A: 9.62 cm DAL LATO SINISTRO DEL PIEDRITTO  
 A: 10.85 cm DAL LATO SINISTRO DEL PIEDRITTO  
 A: 195 cm DA TERRA  
 INTENSITA' :  
 Fx = 1024.5 Kg  
 Fy = 1156.3 Kg  
 Fz = -3441.2 Kg

Si passa ora a considerare le interazioni trasmesse dagli archi diagonali. Il vettore  $X_{cd}$  dell'arco perimetrale omologo (vedi fig. 9) trasmette, attraverso l'interfaccia destra del primo concio, otto sforzi (corrispondenti alle otto bielle del modello statico di vicolo) al piedritto, che, secondo SVM (si vedano i risultati dell'arco perimetrale "C" della crociera (3,1)) sono i seguenti:

```
*****
                                Risultati
*****
(S) - (V) - (M), File: "Crociera 3,1.xdm"
Ultima modifica, 20:08:33 martedì, 7 ott 2003
*****
```

(.....)

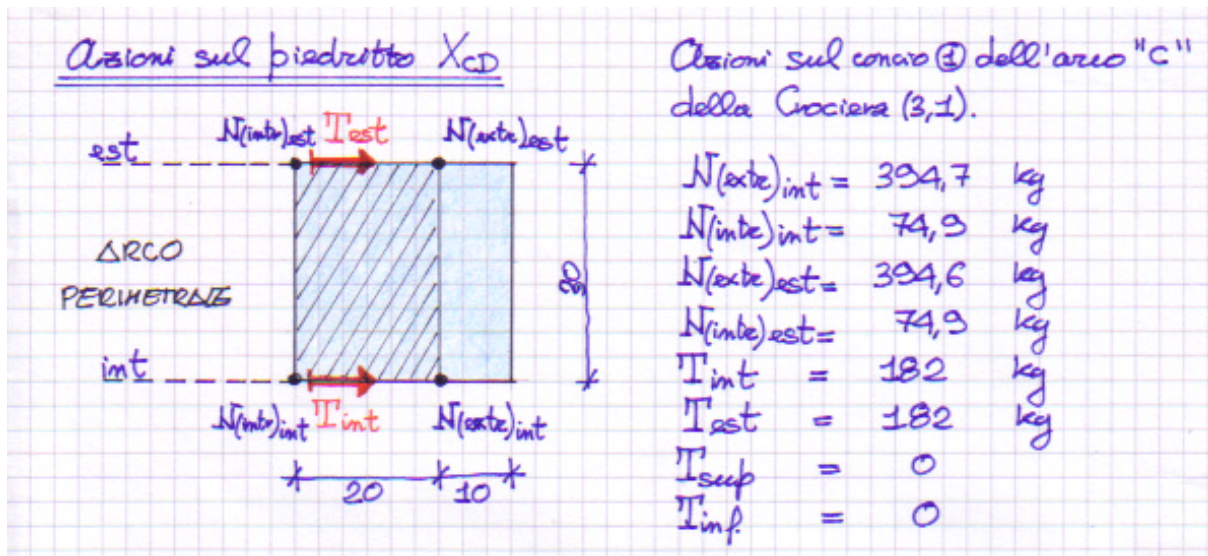
```
*****
* Arco perimetrale C *
*****
```

(.....)

Sforzi di interfaccia allo step 2: (Sforzi normali pos. se di compressione).

```
-----
                Concio
                1
Interfaccia Dx      N(extr)-est      N(intr)-est      N(extr)-int      N(intr)-int
                   kgf                kgf                kgf                kgf
                   394.7              74.9              394.6              74.9
                   T-est              T-int              T-sup              T-inf
                   kgf                kgf                kgf                kgf
                   182.0              182.0              0.0                0.0
Interfaccia Sx      N(extr)-est      N(intr)-est      N(extr)-int      N(intr)-int
                   kgf                kgf                kgf                kgf
                   163.8              298.8              163.8              298.8
                   T-est              T-int              T-sup              T-inf
                   kgf                kgf                kgf                kgf
                   81.1              81.1              0.0                0.0
```

in base ai quali si applicheranno sul piedritto le seguenti forze:

Fig. 12. Calcolo delle componenti delle azioni  $X_{C,D}$  dell'arco perimetrale omologo.**PIEDRITTO 3: --- FORZA CONCENTRATA 4 ---:**

APPLICATA A: 0 cm DAL LATO SINISTRO DEL PIEDRITTO  
 A: 30 cm DAL LATO SINISTRO DEL PIEDRITTO  
 A: 195 cm DA TERRA

INTENSITA':

$F_x = 182 \text{ Kg}$   
 $F_y = 0 \text{ Kg}$   
 $F_z = -74.9 \text{ Kg}$

**PIEDRITTO 3: --- FORZA CONCENTRATA 5 ---:**

APPLICATA A: 0 cm DAL LATO SINISTRO DEL PIEDRITTO  
 A: 0 cm DAL LATO SINISTRO DEL PIEDRITTO  
 A: 195 cm DA TERRA

INTENSITA':

$F_x = 182 \text{ Kg}$   
 $F_y = 0 \text{ Kg}$   
 $F_z = -74.9 \text{ Kg}$

**PIEDRITTO 3: --- FORZA CONCENTRATA 6 ---:**

APPLICATA A: 20 cm DAL LATO SINISTRO DEL PIEDRITTO  
 A: 0 cm DAL LATO SINISTRO DEL PIEDRITTO  
 A: 195 cm DA TERRA

INTENSITA':

$F_x = 0 \text{ Kg}$   
 $F_y = 0 \text{ Kg}$   
 $F_z = -394.7 \text{ Kg}$

**PIEDRITTO 3: --- FORZA CONCENTRATA 7 ---:**

APPLICATA A: 20 cm DAL LATO SINISTRO DEL PIEDRITTO  
 A: 30 cm DAL LATO SINISTRO DEL PIEDRITTO  
 A: 195 cm DA TERRA

INTENSITA':

$F_x = 0 \text{ Kg}$   
 $F_y = 0 \text{ Kg}$   
 $F_z = -394.6 \text{ Kg}$

Si passa infine a considerare il vettore  $X_c$  trasmesso dall'arco perimetrale omologo (vedi fig. 9), attraverso l'interfaccia sinistra dell'ultimo concio, rappresentato anch'esso da otto sforzi (corrispondenti alle otto bielle del modello statico di vicolo), che, secondo SVM (si vedano i risultati dell'arco perimetrale "C" della crociera (3,2)) sono i seguenti:

```
*****
                                Risultati
*****
(S) - (V) - (M), File: "Crociera 3,2.xdm"
Ultima modifica, 20:22:12  martedì, 7 ott 2003
*****
```

(.....)

```
*****
*   Arco perimetrale C   *
*****
```

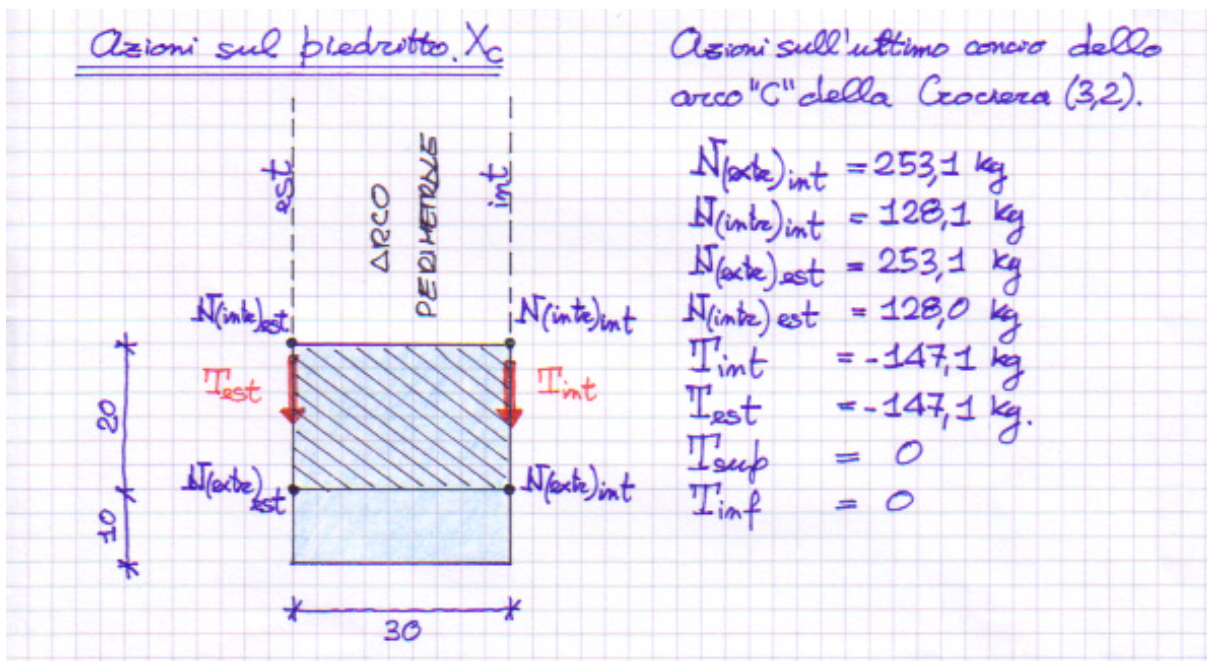
(.....)

	Concio 14				
Interfaccia Dx	N(extr)-est	N(intr)-est	N(extr)-int	N(intr)-int	
	kgf	kgf	kgf	kgf	
	142.5	239.6	142.5	239.6	
	T-est	T-int	T-sup	T-inf	
	kgf	kgf	kgf	kgf	
	-63.6	-63.6	0.0	0.0	
Interfaccia Sx	N(extr)-est	N(intr)-est	N(extr)-int	N(intr)-int	
	kgf	kgf	kgf	kgf	
	253.1	128.1	253.1	128.0	
	T-est	T-int	T-sup	T-inf	
	kgf	kgf	kgf	kgf	
	-147.1	-147.1	0.0	0.0	

\*\*\*\*\*

in base ai quali si applicheranno sul piedritto le seguenti forze:



Fig. 13. Calcolo delle componenti delle azioni  $X_C$  dell'arco perimetrale omologo.

**PIEDRITTO 3: --- FORZA CONCENTRATA 8 ---:**  
 APPLICATA A: 0 cm DAL LATO SINISTRO DEL PIEDRITTO  
 A: 30 cm DAL LATO SINISTRO DEL PIEDRITTO  
 A: 195 cm DA TERRA  
 INTENSITA':  
 $F_x = 0 \text{ Kg}$   
 $F_y = -147,1 \text{ Kg}$   
 $F_z = -128 \text{ Kg}$

**PIEDRITTO 3: --- FORZA CONCENTRATA 9 ---:**  
 APPLICATA A: 0 cm DAL LATO SINISTRO DEL PIEDRITTO  
 A: 10 cm DAL LATO SINISTRO DEL PIEDRITTO  
 A: 195 cm DA TERRA  
 INTENSITA':  
 $F_x = 0 \text{ Kg}$   
 $F_y = 0 \text{ Kg}$   
 $F_z = -253,1 \text{ Kg}$

**PIEDRITTO 3: --- FORZA CONCENTRATA 10 ---:**  
 APPLICATA A: 30 cm DAL LATO SINISTRO DEL PIEDRITTO  
 A: 10 cm DAL LATO SINISTRO DEL PIEDRITTO  
 A: 195 cm DA TERRA  
 INTENSITA':  
 $F_x = 0 \text{ Kg}$   
 $F_y = 0 \text{ Kg}$   
 $F_z = -253,1 \text{ Kg}$

**PIEDRITTO 3: --- FORZA CONCENTRATA 11 ---:**  
 APPLICATA A: 30 cm DAL LATO SINISTRO DEL PIEDRITTO  
 A: 30 cm DAL LATO SINISTRO DEL PIEDRITTO  
 A: 195 cm DA TERRA  
 INTENSITA':  
 $F_x = 0 \text{ Kg}$   
 $F_y = -147,1 \text{ Kg}$   
 $F_z = -128,1 \text{ Kg}$

Consultando i risultati forniti da SVM si evince che anche il piedritto interno non è verificato né a compressione né al ribaltamento. Si noti anche che l'eccentricità  $E_x$  è pari a zero, che giustifica il reale comportamento di una struttura simmetrica.

## D. APPENDICE

### D.1. STRUTTURA DELLE DIRECTORY DI SVM

SVM 2004 viene installato nella directory **unitàDisco\AEDES2004\SVM**

Le sottodirectory sono le seguenti:

**\VOLTE** = contiene gli archivi Utente di SVM, ossia i files dei progetti personali. Ogni volta viene archiviata con estensione .XDM, e qualora siano stati eseguiti calcoli strutturali verranno anch'essi salvati.

**\ES-APPRENDI** = contiene gli esempi di apprendimento forniti in dotazione a SVM.

**\ES-PROGETTI** = contiene gli esempi di studio e progettazione forniti in dotazione a SVM.

**\OUTPUT** = contiene files di output, grafici (BMP, DXF) e di testo ( RTF).

**\MANUALI** = sottodirectory contenente i files dei Manuali in formato PDF per Adobe Acrobat Reader®.

**\FILES** = sottodirectory contenente numerosi files di riferimento per SVM, fra cui:

\*.**XDM** = volta di default, per le inizializzazioni di SVM;

\*.**ICO**, \*.**BMP** = icone ed immagini utilizzate da SVM.

### D.2. CARATTERISTICHE OPERATIVE DI SVM



SVM è un ambiente operativo completo per la verifica delle volte a crociera in muratura.  
E' possibile utilizzare il software per un'ampia casistica di tipologie di volte.

**D.3. UNITA' DI MISURA**

Le unità di misura adottate da SVM sono: centimetri per le lunghezze, e kgf (Sistema Tecnico) o kN (Sistema Internazionale) per le forze.

Le unità del Sistema Tecnico possono infatti essere sostituite con quelle del Sistema Internazionale, come da direttive del Consiglio delle Comunità europee n.76/770/CEE del 17 luglio 1976, attraverso le impostazioni della scheda 'Avanzate' della Finestra Preferenze, ovvero premendo l'apposito bottone sulla barra degli strumenti.

Nella relazione tra i due sistemi:

1 kg (chilogrammo-forza) = 9.81 N (Newton)

per le grandezze relative ai calcoli elaborati in SVM, conformemente alla Normativa vigente (vd. D.M. 20.11.1987), il coefficiente 9.81 viene arrotondato a 10 per ragioni di carattere pratico.

In tal modo, risultano le seguenti equivalenze:

**Forze:** 1 kg = 1 daN (decaNewton); 1 t = 1000 kg = 10 kN; 1 N = 0.1 kg

**Momenti:** 1 kg\*cm = 1 daN\*cm; 1 kg\*m = 1 daN\*m; 1 t\*m = 10 kN\*m

**Tensioni e Pressioni:** 1 kg/cm<sup>2</sup> = 0.1 MPa (1 MPa = 1N/mm<sup>2</sup> ; 1 Pa = 1 N/m<sup>2</sup>) =  
= 1 daN/cm<sup>2</sup> = 10 N/cm<sup>2</sup> ;  
10 t/m<sup>2</sup> = 1 kg/cm<sup>2</sup> = 10 N/cm<sup>2</sup>.

Ad esempio:

5 N/mm<sup>2</sup> = 5 MPa = 50 kg/cm<sup>2</sup>